MEC 2355- Período 2016.2- Turbulência

Prof. Angela O. Nieckele - Lista de Exercícios 5 - data de entrega: 28 de Novembro de 2016

1. Em um experimento de um escoamento cisalhante turbulento homogêneo (onde $\partial U_1/\partial x_2$ é o único gradiente de velocidade média não nulo), o tensor de Reynolds normalizado por κ foi medido como

$$\frac{\overline{u_i\ u_j}}{\kappa} = \begin{bmatrix} 1{,}08 & -0{,}32 & 0 \\ -0{,}32 & 0{,}40 & 0 \\ 0 & 0 & 0{,}52 \end{bmatrix}$$

(a) determine os tensores anisotrópicos correspondentes a_{ij} e b_{ij}.

(b) Qual o coeficiente de correlação entre u_1 e u_2?

(c) A matriz acima pode ser transformada nos eixos principais, por uma matriz unitária da forma abaixo

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{cos}\theta & \mathbf{sin}\theta & 0 \\ -\mathbf{sin}\theta & \mathbf{cos}\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Isto é, para determinados valores do ângulo θ, $A_{ik}\ \overline{u_k\ u_\ell}\ A_{\ell j}$ é diagonal dominante. Determine o ângulo $\theta = \theta_R$ ($0 \le \theta_R \le \pi/2$) que transforma $\overline{u_k\ u_\ell}$ para os eixos principais.

2. . Uma aproximação para o perfil axial de velocidade auto-similar de um jato livre é

$$f(\eta) = \frac{\overline{U}(x,r)}{U_o} \quad ; \quad \eta = \frac{r}{(x - x_o)} \qquad\qquad f(\eta) = \frac{1}{(1 + a\ \eta^2)^2} \quad ; \quad a = (\sqrt{2} - 1)\ /\ S^2$$

Sabendo que para satisfazer a equação de continuidade, o perfil de velocidade lateral auto-similar $h(\eta) = V(x,r)\ /\ U_o(x)$ satisfaz $\eta\ (f\ \eta)' = (h\ \eta)'$, mostre que

$$h(\eta) = \frac{1}{2}\ \frac{(\eta - a\ \eta^3)}{(1 + a\ \eta^2)^2}$$

Mostre ainda que, de acordo com esta equação, se $S \approx 0{,}1$, a velocidade lateral à meia largura é

$$\overline{V}_{r=r_{1/2}} = U_o\ h(S) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}\sqrt{2}\right)\ S\ U_o \approx 0{,}014\ U_o$$

Mostre que para grandes $r/r_{1/2}$ o perfil auto-similar lateral implica em

$$\overline{V}_{r=r_{1/2}} = -\frac{U_o\ S}{2(\sqrt{2} - 1)(r\ /\ r_{1/2})} \approx -\frac{0{,}1\ U_o}{r\ /\ r_{1/2}}$$

3. Mostre que, de acordo com a hipótese de viscosidade turbulenta

$$-\rho\,\overline{u_i\,u_j}+\frac{2}{3}\kappa\delta_{ij}=\rho\,\upsilon_t\left(\frac{\partial\,\overline{U}_i}{\partial\,x_j}+\frac{\partial\,\overline{U}_j}{\partial\,x_i}\right)=2\rho\,\upsilon_t\,\overline{S}_{ij}$$

Para obter tensões normais não negativas, é necessário e suficiente que a viscosidade turbulenta satisfaça

$$\upsilon_t\le\frac{\kappa}{3\,\overline{S}_\lambda}$$

onde $\overline{S}_\lambda$ é o maior auto-vetor do tensor taxa de deformação média.

4. Um experimento é realizado em um canal com escoamento hidrodinamicamente desenvolvido com **Re=**10^5. O fluido é água (υ =1,14 × 10^{-6} m^2/s) e a meia distância entre paredes do canal é δ= 2cm. O coeficiente de atrito é C_f= $\tau_w/(0{,}5\,\rho\,U_m^2)$=4,4 × 10^{-3}. Determine U_m, u_τ/U_m, $Re_\tau = u_\tau\,\delta/\upsilon$. Qual a espessura da região da parede viscosa $y^+ \approx 50$ e da subcamada viscosa $y^+ \approx 5$, ambas em função de δ e em milímetros, sabendo que em unidade de parede a distância é medida como $y^+ = y\,u_\tau/\upsilon$.

5. A Lei da Parede para escoamentos sem gradiente de pressão, superfícies lisas é baseada no perfil universal de velocidade

$$u^+ = \frac{1}{0{,}4}\,\mathbf{ln}\;y^+ + 5$$

onde $$u^+ = \frac{\overline{u}}{u^*} \quad ; \quad y^+ = \frac{\rho\,u^*y}{\mu}$$

Esta equação deve ser adaptada para situações de escoamentos mais complexos, como por exemplo:

(i) escoamento sobre superfície rugosa
(ii) escoamento com transpiração na parede
(iii) escoamento na presença de gradiente de pressão

Descrever a *Lei da Parede* para estas três situações.