



MEC 2355- Período 2018.2- Turbulência

Prof. Angela O. Nieckele - Lista de Exercícios 2 - data de entrega: 24 de Setembro de 2018

1. A equação de Poisson de pressão para um fluido incompressível é

$$\nabla^2 P = -\rho \left(\frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \right)$$

Sabendo que os tensores taxa de deformação e taxa de rotação são definidos por

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) \quad ; \quad \Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right)$$

Mostre que $\frac{\partial U_i}{\partial x_j} \frac{\partial U_j}{\partial x_i} = S_{ij} S_{ij} - \Omega_{ij} \Omega_{ij}$ e $\frac{\partial S_{ij}}{\partial x_i} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 U_j}{\partial x_i \partial x_i}$

2. Mostre que a equação de Navier-Stokes $\rho \left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} \right) = \rho \vec{g} - \nabla p + \mu \nabla^2 \vec{u}$

pode ser escrita como $\left(\frac{\partial \vec{u}}{\partial t} - \vec{u} \times \vec{\omega} \right) = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \nabla^2 \vec{u}$

onde $P = p + \rho \left[\varphi + \frac{\vec{u} \cdot \vec{u}}{2} \right]$; $\varphi = g z$; $\vec{\omega} = \nabla \times \vec{u}$

3. Quais as grandezas a seguir apresentam invariância Galileana?

- i. linha de corrente. Por definição é a curva paralela ao vetor velocidade
- ii. tubo de vórtice. Por definição é a curva paralela ao vetor vorticidade
- iii. entrofia, a qual é definida como $\vec{\omega} \cdot \vec{\omega}$
- iv. linha material, superfície material, volume material
- v. Para um campo escalar ϕ : quais são invariantes $\partial \phi / \partial t$; $\partial \phi / \partial x_i$ e $D \phi / D t$