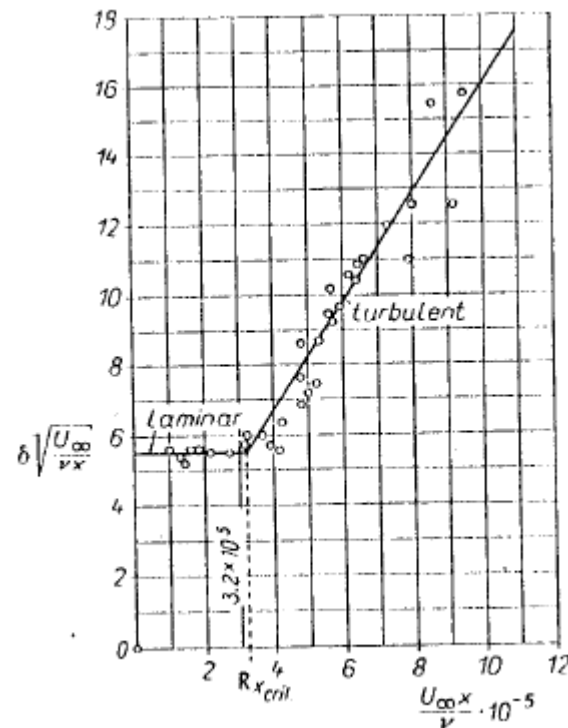


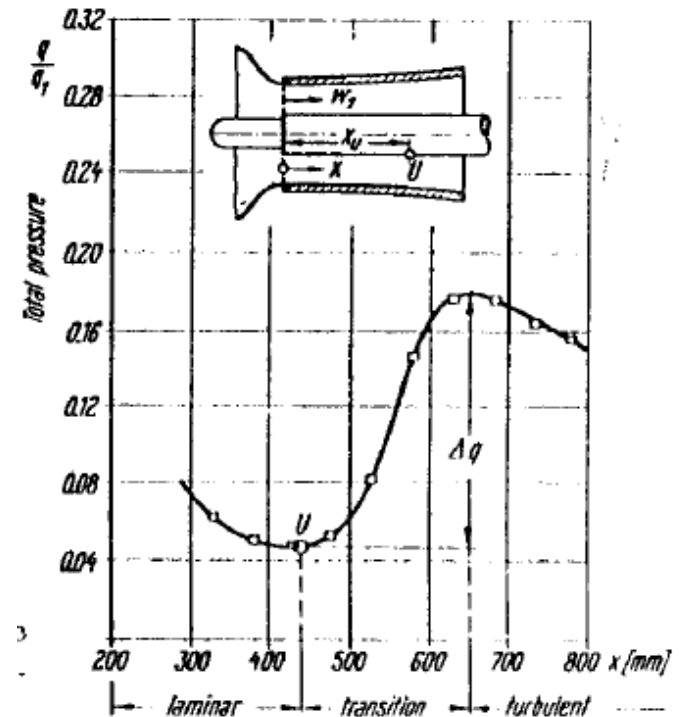
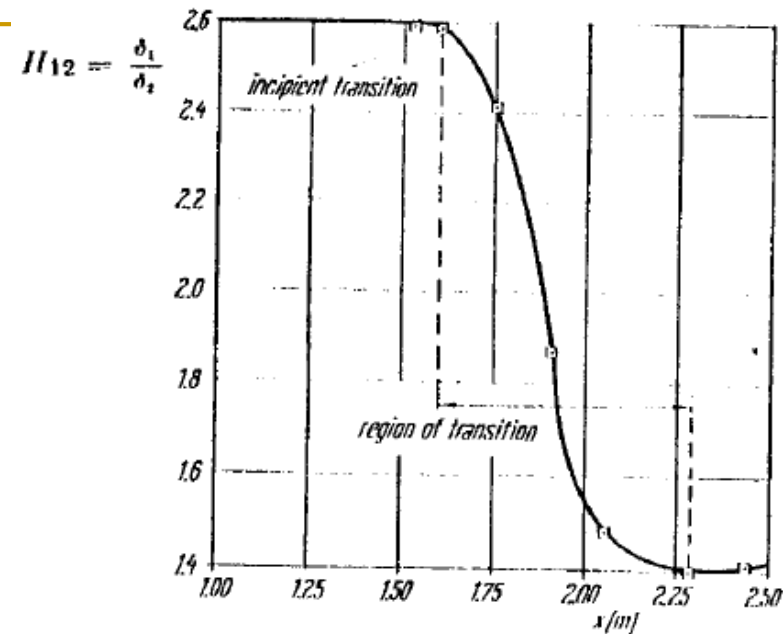
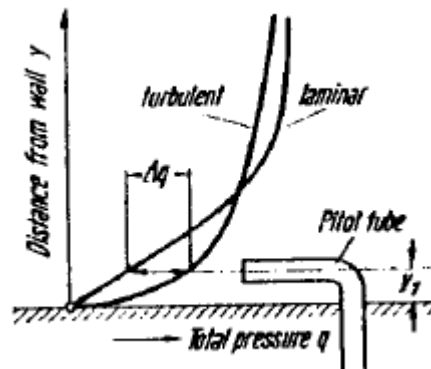
# Transição

- **Placa Plana:** No regime laminar a espessura da camada limite cresce com  $x^{0,5}$ . Na borda de ataque o regime é sempre laminar, podendo se tornar turbulento à jusante. Com a transição para o regime turbulento, a espessura da camada limite cresce substancialmente, como mostrado no gráfico para um escoamento sobre uma placa plana com ângulo de incidência nulo.



# Transição

- Placa Plana:** O fator de forma  $H_{12}$  (razão entre a espessura de deslocamento  $\delta^*$  e espessura de quantidade de movimento  $\theta$ ) decai substancialmente com a transição do regime laminar para turbulento
- Ocorre um aumento substancial na resistência ao escoamento. O coeficiente de atrito laminar é  $\approx U^{1,5}$  enquanto que no regime turbulento é  $\approx U^{1,85}$





# Teoria de Estabilidade de escoamento Laminar

- Método de pequenas perturbações
- Considere a decomposição de escoamento em um escoamento médio permanente  $U$  e uma perturbação superimposta transiente,  $u'$

$$\vec{V} = (U + u')\vec{i} + (V + v')\vec{j} + (W + w')\vec{k} \quad p = P + p'$$

- As perturbações são bem menores que os valores correspondentes médios
- Para simplificar, vamos considerar um escoamento paralelo

$$U(y) \quad ; \quad V = W = 0 \quad ; \quad P(x, y)$$

$$u'(x, y, t) \quad ; \quad v'(x, y, t) \quad ; \quad w'(x, y, t) \quad ; \quad p'(x, y, t)$$

- Substituindo em Navier-Stokes, 2-D, incompressível, com viscosidade constante, desprezando termos quadráticos dos componentes de perturbação, tem-se



$$\rho \left( \frac{\partial u'}{\partial t} + U \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial U}{\partial y} \right) = - \frac{\partial P}{\partial x} - \frac{\partial p'}{\partial x} + \mu \nabla^2 u' + \mu \frac{d^2 U}{dy^2}$$

$$\rho \left( \frac{\partial v'}{\partial t} + U \frac{\partial v'}{\partial x} \right) = - \frac{\partial P}{\partial y} - \frac{\partial p'}{\partial y} + \mu \nabla^2 v'$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0 \quad \text{onde} \quad \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

- Considerando que o escoamento médio satisfaz as equações de Navier-Stokes, podemos simplificar as equações acima

$$\rho \left( \frac{\partial u'}{\partial t} + U \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial U}{\partial y} \right) = - \frac{\partial p'}{\partial x} + \mu \nabla^2 u'$$

$$\rho \left( \frac{\partial v'}{\partial t} + U \frac{\partial v'}{\partial x} \right) = - \frac{\partial p'}{\partial y} + \mu \nabla^2 v' \quad \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} = 0$$



- Considere que o escoamento médio laminar  $U(y)$  é influenciado por uma perturbação, a qual é composta por um número de flutuações parciais discretas, as quais consistem em uma onda que se propaga na direção  $x$  do escoamento.
- A função corrente que representa uma única perturbação é

$$\psi(x, y, t) = \phi(y) e^{i(\alpha x - \beta t)}$$

onde  $\alpha$  é real, e  $\lambda = 2\pi/\alpha$  é o comprimento da onda da perturbação.  
 $\beta$  é complexo

$$\beta = \beta_r + i \beta_i \quad \text{onde } \beta_r \text{ é a frequência circular da perturbação parcial e } \beta_i \text{ determina o grau de amplificação ou amortecimento.}$$

Se  $\beta_i < 0 \Rightarrow$  as perturbações são amortecidas e o escoamento é estável.

Se  $\beta_i > 0 \Rightarrow$  instabilidade se estabelece.

- É conveniente introduzir a razão  $c = \beta/\alpha = c_r + i c_i$  ;
- $c_r$  é a velocidade de propagação da onda na direção  $x$ , e  $c_i$  determina o grau de amplificação ou amortecimento, dependendo do sinal.



- Componentes de velocidade de perturbação

$$u' = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \phi'(y) e^{i(\alpha x - \beta t)} \quad ; \quad v' = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -i \alpha \phi(y) e^{i(\alpha x - \beta t)}$$

- Substituindo nas equações de N-S para as perturbações, após adimensionalizar com uma dimensão característica  $L_c$  ( $b =$  largura do canal ou  $\delta =$  espessura da camada limite) e velocidade máxima  $U_{max}$ , tem-se

$$(U - c) (\phi'' - \alpha^2 \phi) - U'' \phi = -\frac{i}{\alpha \mathbf{Re}} (\phi'''' - 2 \alpha^2 \phi'' + \alpha^4 \phi)$$

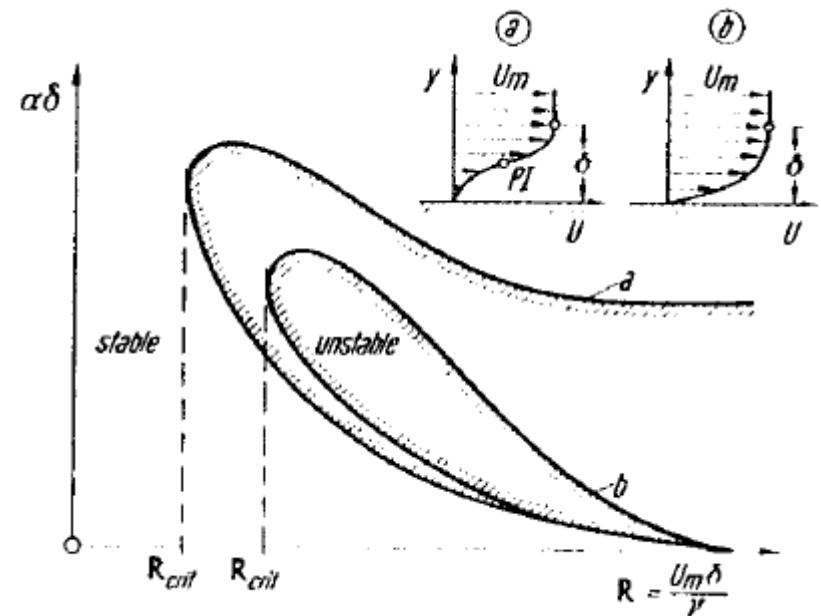
onde 
$$\mathbf{Re} = \frac{\rho U_{\max} L_c}{\mu}$$

- Esta é a equação diferencial fundamental para as perturbações (equação e estabilidade), sendo o ponto de partida para a teoria de estabilidade de escoamento laminar. É chamada de equação de **Orr-Sommerfeld**.
- Condições de contorno: (1)  $y=0, u'=v'=0; \phi=0; \phi'=0$   
(2)  $y=\infty, u'=v'=0; \phi=0; \phi'=0$



- ❑ **Problema de autovalor:** Com a equação de Orr-Sommerfeld, o problema de estabilidade se reduziu a um problema de autovalor.
- ❑ A equação possui 4 parâmetros:  $Re$ ,  $\alpha$ ,  $c_r$  e  $c_i$
- ❑ Considerando que a velocidade do escoamento médio é especificada, o número de Reynolds é conhecido.
- ❑ Considere ainda que o comprimento de onda  $\lambda = 2\pi / \alpha$  é dado.
- ❑ Logo a equação de Orr Sommerfeld, juntamente com as condições de contorno, fornecem uma auto-função  $\phi(y)$  e um auto-valor complexo  $c = c_r + i c_i$  para cada par de  $Re$  e  $\alpha$ .
  - ❑  $c_r$  representa a velocidade da fase das perturbações prescritas,
  - ❑ enquanto que o sinal de  $c_i$  determina se as ondas são amortecidas
    - ❑ ( $c_i < 0$ ) e o escoamento é estável ou são amplificadas
    - ❑ ( $c_i > 0$ ) denotando instabilidade.
- ❑ Os resultados deste tipo de análise permitem criar um diagrama  $\alpha \times Re$  indicando a região que o escoamento é estável ou instável.

- ❑ O menor Reynolds correspondendo ao limite de estabilidade é chamado de Reynolds crítico.
- ❑ Espera-se que o  $Re$  crítico previsto pela teoria seja inferior ao observado experimentalmente, pois a transformação de perturbações amplificadas em turbulência leva algum tempo para ocorrer, permitindo que as perturbações percorram alguma distância na direção a jusante.
- ❑ A solução do problema é muito difícil e uma solução aproximada pode ser obtida, considerando o escoamento não viscoso.
- ❑ As regiões de estabilidade considerando o escoamento não viscoso (a) e viscoso (b) podem ser observadas na figura.
- ❑ Para o escoamento não viscoso se tornar instável, é necessário um ponto de inflexão
- ❑ O  $Re$  crítico do escoamento sem atrito é menor do que o do escoamento viscoso, como esperado.







## Propriedades da equação de Orr-Sommerfeld:

- Rayleigh derivou os seguintes teoremas para escoamento não viscoso, baseado na teoria de estabilidade. A validade dos mesmos também foi comprovada para escoamentos viscosos.
- **TEOREMA I:**
  - *Critério do ponto de inflexão: O perfil de velocidade que possui ponto de inflexão é instável.*
  - Existe uma direta relação entre ponto de inflexão e gradiente de pressão. Se o gradiente favorável ( $dp/dx < 0$ ), não existe inflexão no perfil de velocidade, mas se o gradiente de pressão é adverso ( $dp/dx > 0$ ) pode existir.

# Propriedades da equação de Orr-Sommerfeld:



## □ TEOREMA II:

- *A propagação de perturbações neutras ( $c_i = 0$ ) em uma camada limite é menor do que a máxima velocidade do escoamento, i.e.,  $c_r < U_{max}$ .*

- Na camada crítica em  $y = y_k$ , quando  $U = c$ .

$$u' = \phi' = U''_k / U'_k \ln(y - y_k)$$

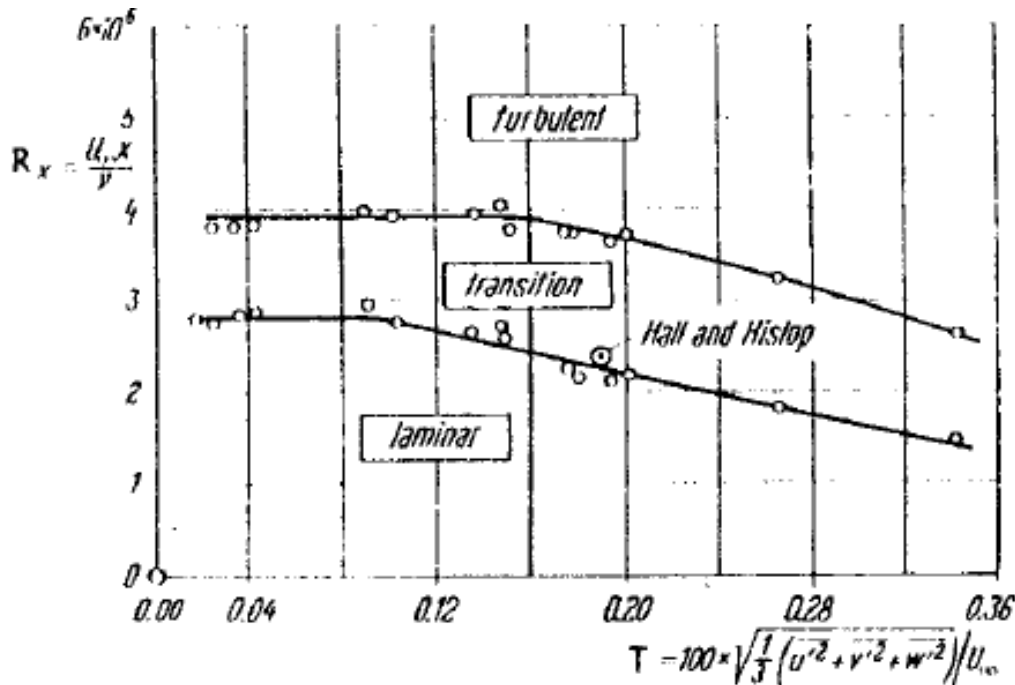
- Para um escoamento sem viscosidade, o componente  $u'$  apresenta curvatura infinita, se a curvatura da velocidade na região crítica não se anula.
- O efeito viscoso não pode ser desprezado .



# Intensidade de turbulência

$$T = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2})}}{U_\infty}$$

Influência da intensidade de turbulência no número de Reynolds crítico



Quanto maior a intensidade de turbulência, mais cedo a transição ocorre (menor o Reynolds crítico)

# Processo de transição em uma camada limite sobre uma placa plana na presença de um escoamento externo com baixa intensidade de turbulência

1. Escoamento laminar estável após o bordo de ataque
2. Escoamento laminar bi-dimensional, com ondas de Tollmien-Schlichting instáveis
3. Desenvolvimento de ondas tri-dimensionais instáveis e formação de vórtices
4. Rajadas de turbulência em locais de com alta vorticidade local
5. Formação de pontos de turbulência em locais com flutuação de velocidade turbulenta alta
6. Coalescência dos pontos de turbulência em uma camada limite turbulenta desenvolvida

