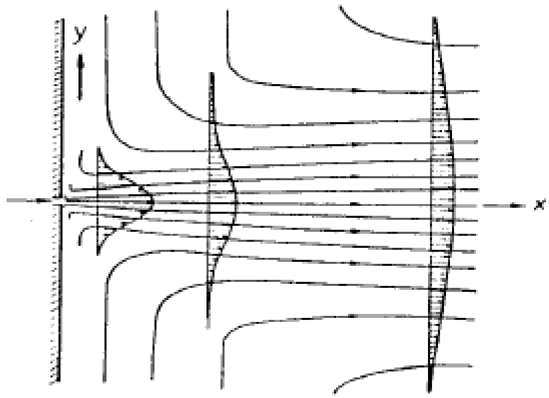
MEC 2345 -- Mecânica dos Fluidos II
Lista de Exercícios no. 4 -- Período: 2017.2 – dia de entrega: 30 de Outubro
Prof. Angela O. Nieckele

1ª Questão: O rotor de um helicóptero com quatro hélices gira no ar em repouso a ω=150 rot/min. Cada lâmina possui ℓ=3 m de comprimento de L=30 cm de largura. Estime a potência necessária para vencer o atrito viscoso, aproximando as hélices por placas planas.

2a Questão: Utilizando o método integral de von Kármán, estime a espessura da camada limite e o coeficiente de atrito local para uma cunha com β =1.

3a Questão: Considere um jato plano bi-dimensional, proveniente de uma longa e estreita fresta e se mistura com o fluido ambiente, conforme ilustra a figura. Considere que o escoamento assim como no problema de uma placa plana é similar, e que a velocidade é função de *y/b* sendo *b* a largura do jato, a qual é proporcional a x^q. Considere ainda que a função corrente é da forma



$$\psi \approx x^p f\left(\frac{y}{b}\right) = x^p f\left(\frac{y}{x^q}\right)$$

(i) Determine p e q tal que o fluxo de quantidade de movimento na direção x seja independente de x e considere também que os termos de aceleração e de atrito na equação da camada limite são da mesma ordem de grandeza. Defina as variáveis independentes como

$$\psi = \upsilon^{1/2}\, x^{1/3} f(\eta) \quad ; \quad \eta = \frac{1}{3\ \ \upsilon^{1/2}} \frac{y}{x^{2/3}}$$

(ii) Mostre que os componentes de velocidade são dados por

$$u = \frac{1}{3\,x^{1/3}} f'(\eta) \quad ; \quad v = -\frac{\upsilon^{1/2}}{3\,x^{2/3}}\left[f - 2\,\eta\, f'(\eta)\right]$$

(iii) Com as variáveis acima, obtenha a seguinte expressão para a equação axial de quantidade de movimento da camada limite

$$f'^2 + f\ f'' + f''' = 0 \qquad \text{ou} \qquad (f\ f')' + f''' = 0$$

com as seguintes condições de contorno: (1) $\eta = 0$, $f = f''$=0 (2) $\eta \to \infty$ 0, $f' = 0$

(iv) Integre a equação resultante obtendo $(f\ f')+f''=0$

(v) Introduza a seguinte mudança de variáveis: $\xi = \alpha\,\eta$ e $f = 2\,\alpha\,F(\xi)$; integre a equação utilizando as condições de contorno adequadas, obtendo a seguinte equação (tipo Riccati) $F'+F^2=1$, cuja solução é

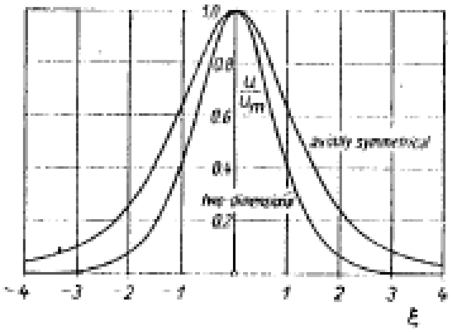
$$\xi=\int_0^F \frac{dF}{1-F^2}=\mathbf{tanh}^{-1}F \qquad \text{ou} \qquad F=\mathbf{tanh}\,\xi=\frac{1-\mathbf{exp}(-2\xi)}{1+\mathbf{exp}(-2\xi)}$$

Obtenha então os componentes da velocidade

$$u=\frac{2}{3}\alpha^2\,\frac{1}{x^{1/3}}\left(1-\mathbf{tanh}^2\,\xi\right)$$

$$v=\frac{2}{3}\alpha\,\frac{\upsilon^{1/2}}{x^{2/3}}\left[2\xi\left(1-\mathbf{tanh}^2\,\xi\right)-\mathbf{tanh}\,\xi\right]$$

$$\xi=\alpha\,\eta=\frac{\alpha}{3\quad\upsilon^{1/2}}\,\frac{y}{x^{2/3}}$$



(vi) A constante α pode ser determinada, impondo-se a condição de que o fluxo de quantidade de movimento J na direção x é constante

$$\alpha=0{,}8255\left(\frac{J/\rho}{\upsilon^{1/2}}\right)^{1/3}$$

(vii) Mostre que a velocidade transversal na fronteira do jato é $v_\infty=-0{,}550\left(\frac{J/\rho\,\upsilon}{x^2}\right)^{1/3}$ e o fluxo volumétrico por unidade de altura da fresta do jato é $Q=3{,}3019\left((J/\rho)\,\upsilon\,x\right)^{1/3}$.

Observe que o fluxo volumétrico cresce na direção à jusante, porque partículas de fluido são carregadas pelo jato devido ao atrito em suas fronteiras.