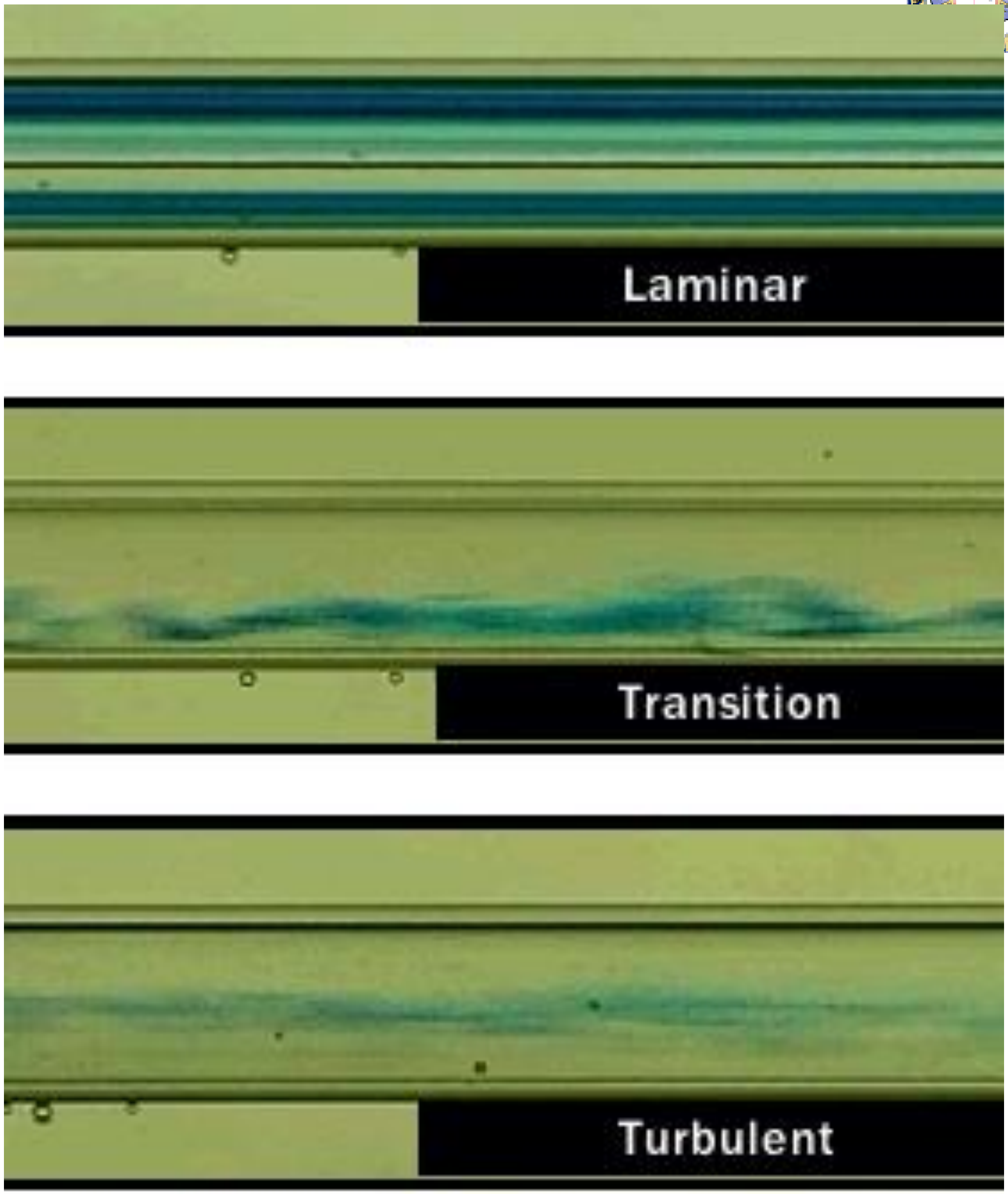
ORIGEM DA TURBULÊNCIA

- Escoamento turbulento pode ser observado no nosso dia a dia, seja pela fumaça de uma chaminé, água em um rio ou cachoeira, ou o sofro de um vento forte.

- Observando uma cachoeira, observa-se imediatamente que o escoamento é transiente, irregular, parece aleatório e caótico e certamente o movimento de cada gota e turbilhão é imprevisível.

- Na pluma formada pelo motor de um foguete, pode-se observar movimento turbulento de muitas escalas.

- Uma importante característica da turbulência é sua habilidade de transportar e misturar fluidos de maneira muito mais efetiva que o escoamento laminar



- A definição de turbulência em um dicionário é: agitação, perturbação. Esta definição não é suficiente para caracterizar o escoamento turbulento.

- De acordo com Taylor e von Kármán, 1937, turbulência deve satisfazer uma condição de irregularidade, sendo gerada por forças viscosas ao longo de superfícies sólidas ou por escoamento de camadas de fluidos com diferentes velocidades escoando sobre outras camadas.

- Uma possível definição para a turbulência de acordo com Hinze, 1975, poderia ser: “O movimento turbulento de um fluido é a condição irregular do escoamento, na qual as várias quantidades envolvidas apresentam uma variação randômica <u>no tempo e no espaço</u>, tal que podem ser diferenciados estatisticamente de seus valores médios.”

- Como dito por Taylor e von Kármán, a turbulência pode ser gerada por atrito nas paredes ou pelo escoamento de camadas de fluidos. Existem diferenças marcantes entre os dois tipos de geração de turbulência, portanto é conveniente utilizar diferentes designações para cada tipo de geração de turbulência. Define-se com
  - "turbulência de parede" quando a turbulência é gerada por paredes sólidas fixas e é continuamente afetada por estas.
  - A turbulência gerada na ausência de paredes é denominada de "turbulência livre".

- No caso real de fluidos viscosos, o efeito da viscosidade resulta em uma conversão de energia cinética do escoamento em calor. Portanto, um escoamento turbulento é dissipativo, assim como todos os tipos de escoamentos. Se não existe uma fonte externa contínua de energia para a geração contínua do movimento turbulento, o movimento irá decair.

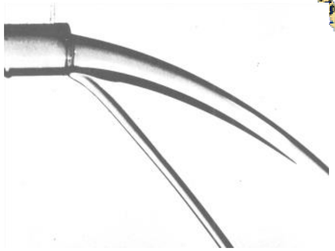
- Outro efeito da viscosidade é tornar a turbulência mais homogênea e torná-la menos dependente da direção. No caso extremo, a turbulência apresentará qualitativamente a mesma estrutura em todas as partes do escoamento. Neste caso a turbulência é considerada homogênea. O conceito de turbulência homogênea foi introduzido por von Kármán, para o caso de tensão média constante em todo o campo de escoamento, como é o caso do escoamento de Couette.

- A turbulência é chamada de *isotrópica* se as características estatísticas não apresentarem nenhum preferência para alguma direção particular, tal que perfeita desordem reina. Neste caso, não haverá tensão cisalhante média e o gradiente da velocidade média é nulo.

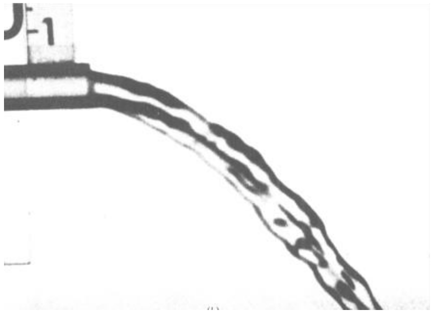
- Para todos os outros casos, nos quais o gradiente da velocidade média apresenta um gradiente, a turbulência será anisotrópica. Dentro desta classe encontra-se a turbulência de parede, assim como a turbulência livre anisotrópica.

Regime de Escoamento:

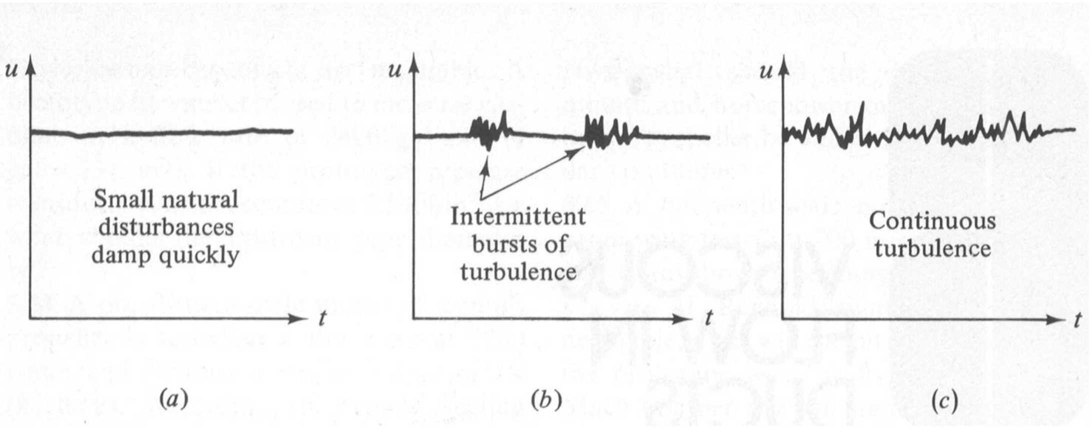
- <u>Escoamento laminar:</u> movimento regular



- <u>Escoamento Turbulento:</u> aparecem turbilhões no escoamento, causando um movimento de mistura. O turbilhamento provoca um regime não permanente. Porém o tempo característico de flutuação turbulenta < < escala de tempo que define o regime permanente ou transiente



•Se o escoamento é laminar, eventuais perturbações serão amortecidas e desaparecerão (Fig. a). Durante a transição, picos esporádicos de turbulência surgirão (Fig. b). Durante o regime turbulento, o escoamento flutuará continuamente (Fig. c).



- A diferença no comportamento está associada com as forças que atuam no elemento de fluido. Quanto as forças viscosas dominam em relação as forças de inércia, o escoamento apresenta comportamento laminar. Quando as forças de inércia dominam, o escoamento se comporta como turbulento.

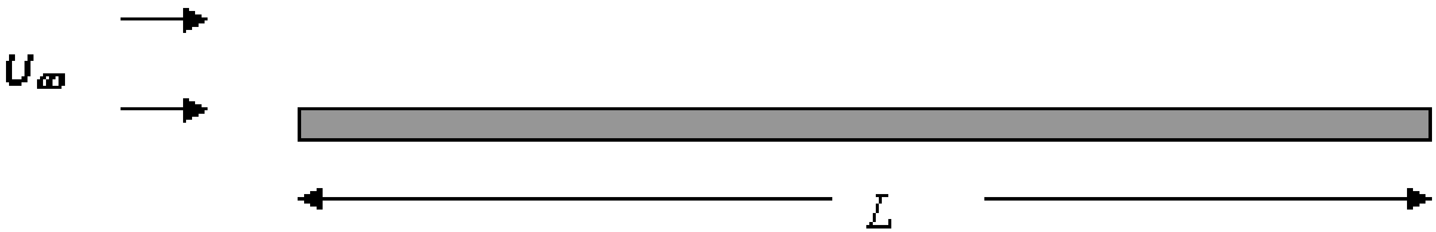
- O parâmetro que mede a razão entre as forças de inércia e viscosas é o **número de Reynolds**, ***Re*** definido como

$$Re = \frac{\rho \; V_C \;\; L_C}{\mu}$$

onde: ρ é a massa específica, μ é a viscosidade absoluta. V_c e L_c correspondem a velocidade e dimensão característica do escoamento.

ESCOAMENTOS EXTERNOS

- A velocidade característica é a **velocidade de aproximação do corpo** $\boldsymbol{U_\infty}$
- A dimensão característica é o **comprimento do corpo na direção do escoamento, *L***



- O número de Reynolds $Re = \dfrac{\rho\ U_\infty\ L}{\mu}$ que caracteriza a transição neste caso é

  Re ≤ 5 x 10⁵ ⇒ laminar

  Re > 5 x 10⁵ ⇒ turbulento

ESCOAMENTOS INTERNOS

- Considerando que o escoamento como ***hidrodinâmicamente desenvolvido***.

- A velocidade característica é a **velocidade média u_m**
- A dimensão característica é o **diâmetro hidráulico, D_h**

$$u_m = \frac{Q}{A_T} = \frac{1}{A_T}\int u \ dA$$

$$D_h = \frac{4 \ A_t}{P_m}$$

A_t é a área transversal do escoamento e P_m é o perímetro molhado, o fator 4 é introduzido por conveniência.

O número de Reynolds que caracteriza a transição neste caso é

$$\mathbf{Re} = \frac{\rho \, u_m \, D_h}{\mu}$$

Re ≤ 2300 ⇒ laminar
Re > 2300 ⇒ turbulento

Experiência de Reynolds

Laminar: filamento de corante não se mistura

Turbulento: o corante mistura rapidamente

O escoamento turbulento ocorre a altas velocidades. A transição é caracterizada pelo no. de Reynolds

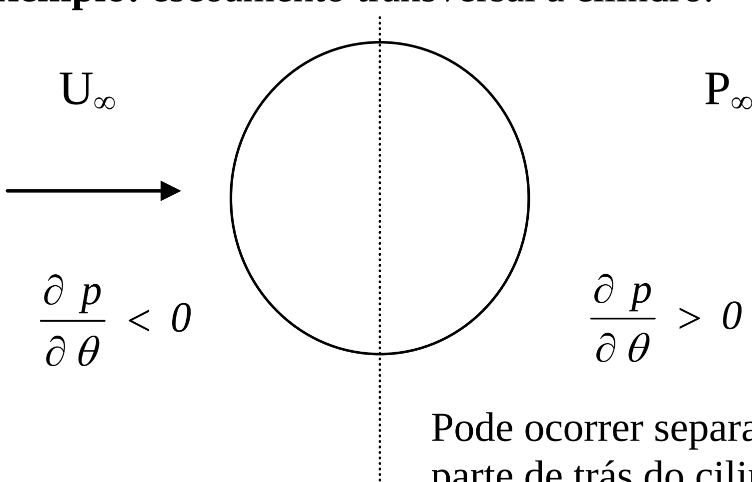
$$\mathbf{Re} = \frac{\rho V D}{\mu}$$

- Reynolds altos $\rightarrow$ esc. turbulento
- Reynolds baixo $\rightarrow$ esc. laminar

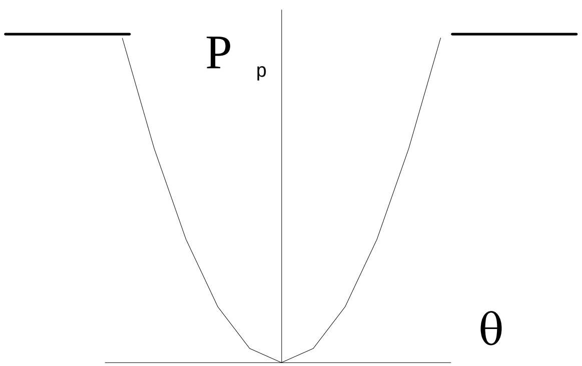
Transição

- Diversos parâmetros afetam a transição: distribuição de pressão do escoamento externo, natureza da parede (rugosidade) e perturbações na corrente livre.
- **Corpo rombudo:** transição causa o deslocamento do ponto de separação para jusante, reduzindo drasticamente a região de esteira e o arraste de pressão

Exemplo: escoamento transversal a cilindro.

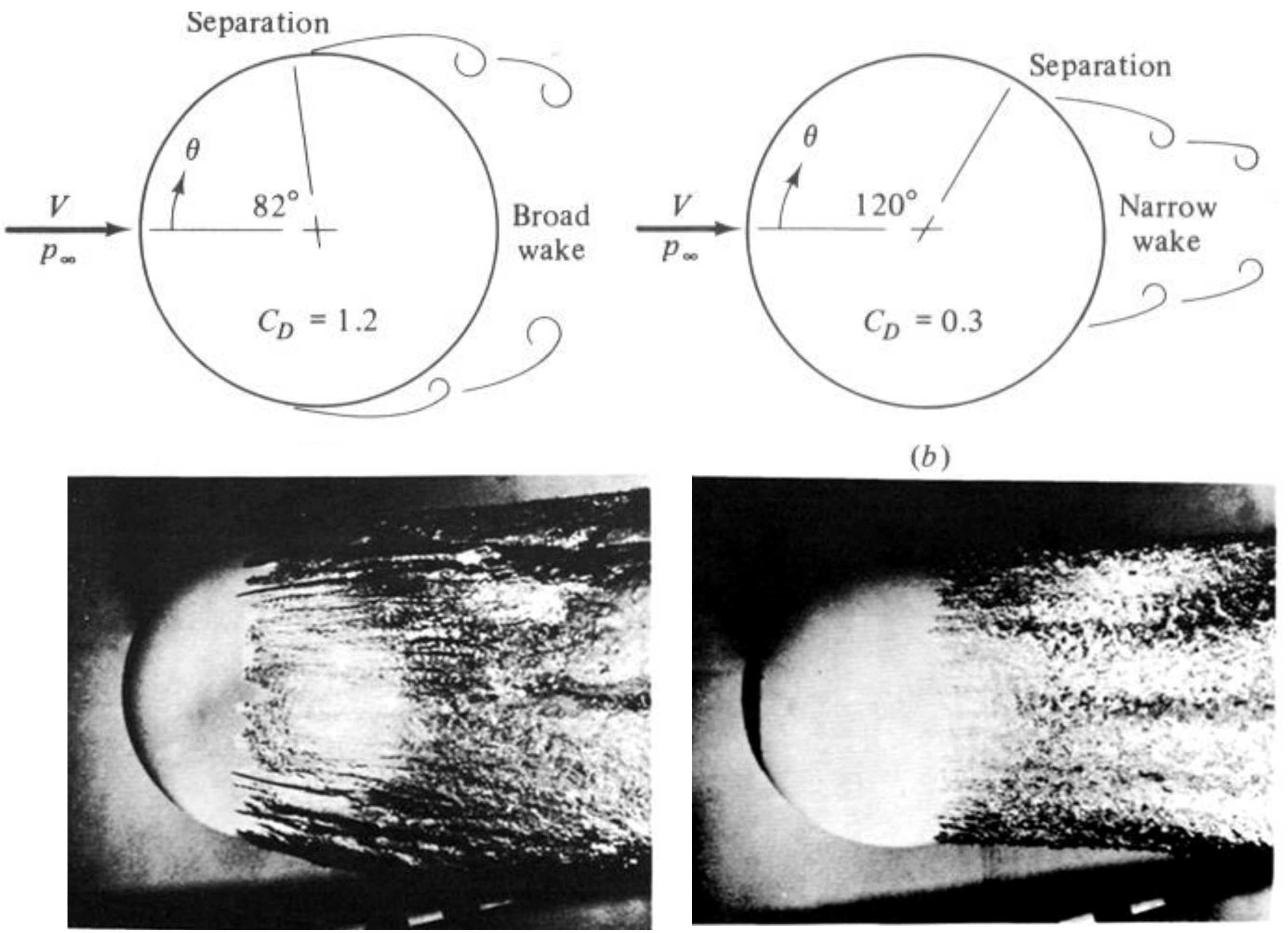


Pode ocorrer separação na parte de trás do cilindro



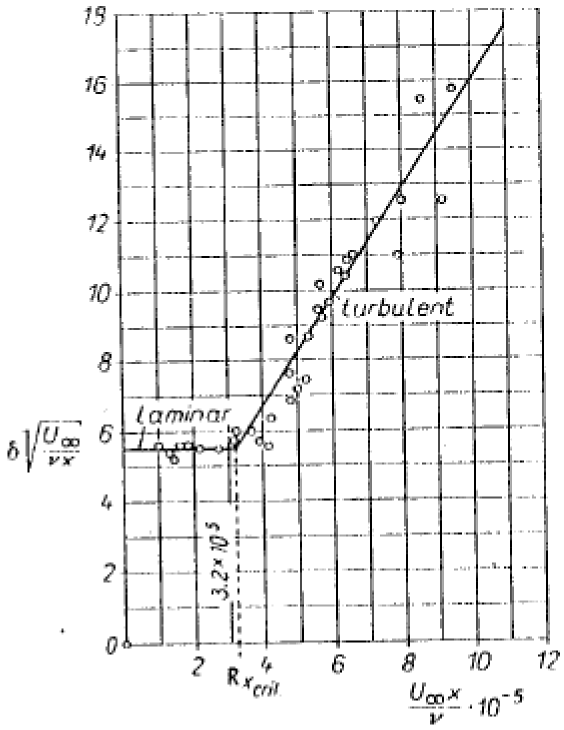
teoria potencial

Para Re < ≈ 2 x 10^5 o escoamento é laminar, e a separação ocorre na parte frontal da esfera. Aumentando um pouco o número de Reynolds, o regime de escoamento passa para turbulento e o ponto de separação move-se para jusante, reduzindo de forma drástica a contribuição do arraste de pressão, levando a uma queda brusca do coeficiente de arraste C_D.



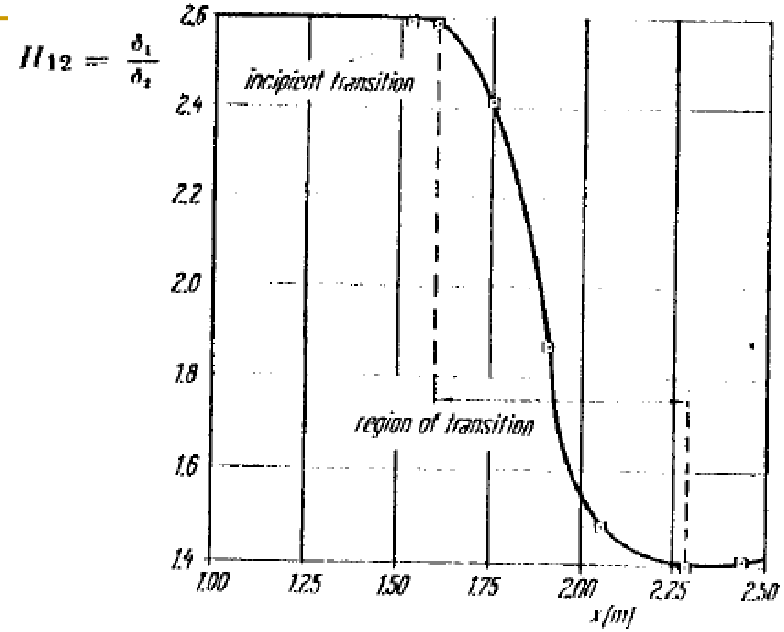
Transição

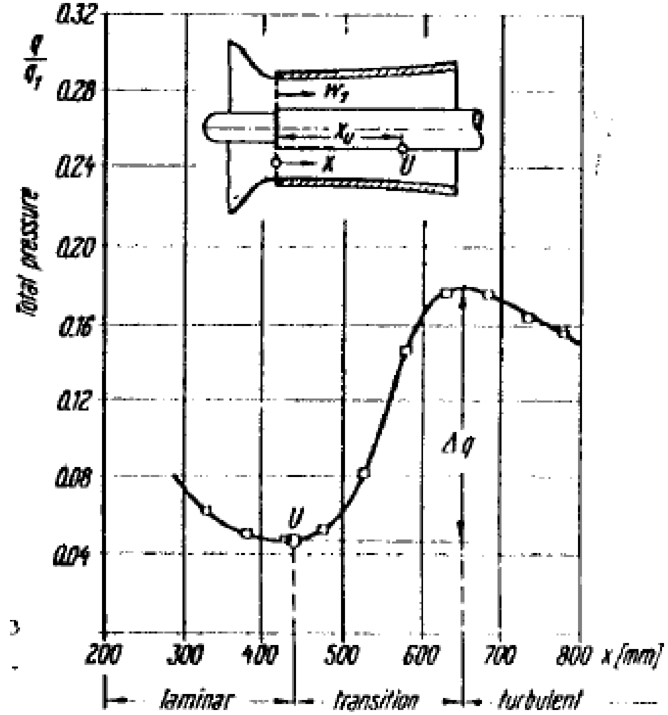
- **Placa Plana:** No regime laminar a espessura da camada limite cresce com $x^{0,5}$. Na borda de ataque o regime é sempre laminar, podendo se tornar turbulento à jusante. Com a transição para o regime turbulento, a espessura da camada limite cresce substancialmente, como mostrado no gráfico para um escoamento sobre uma placa plana com ângulo de incidência nulo.

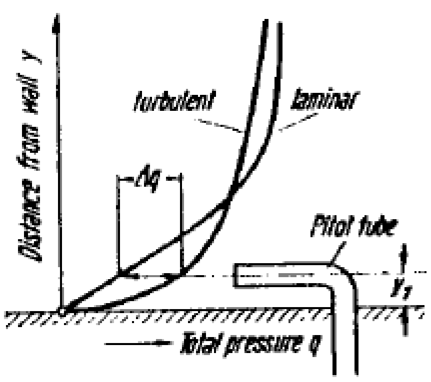


Transição

- **Placa Plana:** O fator de forma H_{12} (razão entre a espessura de deslocamento δ^* e espessura de quantidade de movimento θ) decai substancialmente com a transição do regime laminar para turbulento
  - Ocorre um aumento substancial na resistência ao escoamento. O coeficiente de atrito laminar é $\approx U^{1,5}$ enquanto que no regime turbulento é $\approx U^{1,85}$







Teoria de Estabilidade de Escoamento Laminar

- Método de pequenas perturbações
- Considere a decomposição de escoamento em um escoamento médio permanente U e uma perturbação superimposta transiente, u'

$$\vec{V} = (U + u')\vec{i} + (V + v')\vec{j} + (W + w')\vec{k} \qquad p = P + p'$$

- As perturbações são bem menores que os valores correspondentes médios
- Para simplificar, vamos considerar um escoamento paralelo

$$U(y) \quad ; \quad V = W = 0 \quad ; \quad P(x, y)$$

$$u'(x, y, t) \quad ; \quad v'(x, y, t) \quad ; \quad w'(x, y, t) \quad ; \quad p'(x, y, t)$$

- Substituindo em Navier-Stokes, 2-D, incompressível, com viscosidade constante, desprezando termos quadráticos dos componentes de perturbação, tem-se

$$\rho\left(\frac{\partial u'}{\partial t}+U\frac{\partial u'}{\partial x}+v'\frac{\partial U}{\partial y}\right)=-\frac{\partial P}{\partial x}-\frac{\partial p'}{\partial x}+\mu\nabla^2 u'+\mu\frac{d^2U}{dy^2}$$

$$\rho\left(\frac{\partial v'}{\partial t}+U\frac{\partial v'}{\partial x}\right)=-\frac{\partial P}{\partial y}-\frac{\partial p'}{\partial y}+\mu\nabla^2 v'$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x}+\frac{\partial v'}{\partial y}=0$$

onde

$$\nabla^2=\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}$$

- Considerando que o escoamento médio satisfaz as equações de Navier-Stokes, podemos simplificar as equações acima

$$\rho\left(\frac{\partial u'}{\partial t}+U\frac{\partial u'}{\partial x}+v'\frac{\partial U}{\partial y}\right)=-\frac{\partial p'}{\partial x}+\mu\nabla^2 u'$$

$$\rho\left(\frac{\partial v'}{\partial t}+U\frac{\partial v'}{\partial x}\right)=-\frac{\partial p'}{\partial y}+\mu\nabla^2 v'$$

$$\frac{\partial u'}{\partial x}+\frac{\partial v'}{\partial y}=0$$

- Considere que o escoamento médio laminar U(y) é influenciado por uma perturbação, a qual é composta por um número de flutuações parciais discretas, as quais consistem em uma onda que se propaga na direção *x* do escoamento.
- A função corrente que representa uma única perturbação é

$$\psi(x,y,t) = \phi(y)\, e^{i(\alpha x - \beta t)}$$

onde α é real, e $\lambda = 2\pi/\alpha$ é o comprimento da onda da perturbação.
β é complexo

$$\beta = \beta_r + i\,\beta_i$$

onde β_r é a freqüência circular da perturbação parcial e β_i determina o grau de amplificação ou amortecimento.

Se $\beta_i < 0 \Rightarrow$ as perturbações são amortecidas e o escoamento é estável.
Se $\beta_i > 0 \Rightarrow$ instabilidade se estabelece.

- É conveniente introduzir a razão c $= \beta/\alpha = c_r + i\, c_i$;
- c_r é a velocidade de propagação da onda na direção x, e c_i determina o grau de amplificação ou amortecimento, dependendo do sinal.

- Componentes de velocidade de perturbação

$$u' = \frac{\partial \psi}{\partial y} = \phi'(y)\, e^{i(\alpha x - \beta t)} \quad ; \quad v' = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -i\,\alpha\,\phi(y)\, e^{i(\alpha x - \beta t)}$$

- Substituindo nas equações de N-S para as perturbações, após adimensionalisar com uma dimensão característica L_c (b = largura do canal ou δ = espessura da camada limite) e velocidade máxima U_{max}, tem-se

$$(U - c)(\phi'' - \alpha^2 \phi) - U'' \phi = -\frac{i}{\alpha\,\mathbf{Re}}(\phi'''' - 2\alpha^2 \phi'' + \alpha^4 \phi)$$

onde $\mathbf{Re} = \frac{\rho\, U_{\mathbf{max}}\, L_c}{\mu}$

- Esta é *a equação diferencial fundamental para as perturbações* (*equação de estabilidade*), sendo o ponto de partida para a teoria de estabilidade de escoamento laminar. É chamada de equação de **Orr-Sommerfeld.**

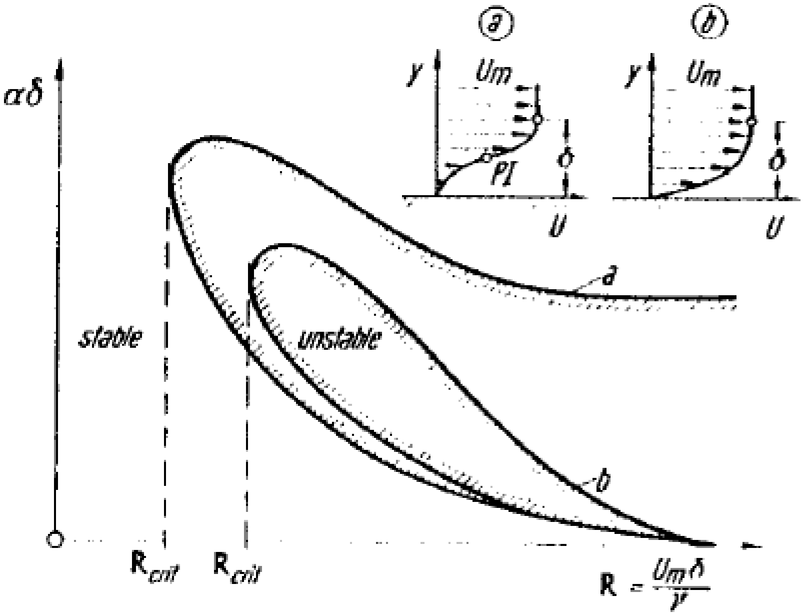
- Condições de contorno: (1) *y=0, u'= v'=0;* $\phi = 0$; $\phi'=0$

  (2) *y=*∞, *u'= v'=0;* $\phi = 0$; $\phi'=0$

- **Problema de autovalor:** Com a equação de Orr-Sommerfeld, o problema de estabilidade se reduziu a um problema de autovalor.
- A equação possui 4 parâmetros: Re, α, c_r e c_i
- Considerando que a velocidade do escoamento médio é especificada, o número de Reynolds é conhecido. Considere ainda que o comprimento de onda $\lambda = 2\,\pi\,/\,\alpha$ é dado. Logo a equação de Orr Sommerfeld, juntamente com as condições de contorno, fornecem uma auto-função $\phi(y)$ e um auto-valor complexo $c = c_r + i\ c_i$ para cada par de Re e α.
- c_r representa a velocidade da fase das perturbações prescritas, enquanto que o sinal de c_i determina se as ondas são amortecidas ($c_i < 0$) e o escoamento é estável ou são amplificadas ($c_i > 0$) denotando instabilidade.
- Os resultados deste tipo de análise permitem criar um diagrama α x **Re** indicando a região que o escoamento é estável ou instável.

- O menor Reynolds correspondendo ao limite de estabilidade é chamado de Reynolds crítico.
- Espera-se que o Re crítico previsto pela teoria seja inferior ao observado experimentalmente, pois a transformação de perturbações amplificadas em turbulência leva algum tempo para ocorrer, permitindo que as perturbações percorram alguma distância na direção a jusante.
- A solução do problema é muito difícil e uma solução aproximada pode ser obtida, considerando o escoamento não viscoso.

- As regiões de estabilidade considerando o escoamento não viscoso e viscoso podem ser observadas na figura.
- O Re critico do escoamento sem atrito é menor do que o do escoamento viscoso, como esperado.



Propriedades da equação de Orr-Sommerfeld:

- Rayleigh derivou os seguintes teoremas para escoamento não viscoso, baseado na teoria de estabilidade. A validade dos mesmos também foi comprovada para escoamentos viscosos.

- TEOREMA I:

  - *Critério do ponto de inflexão: O perfil de velocidade que possui ponto de inflexão é instável.*

    - Existe uma direta relação entre ponto de inflexão e gradiente de pressão. Se o gradiente favorável ($dp/dx < 0$), não existe inflexão no perfil de velocidade, mas se o gradiente de pressão é adverso ($dp/dx>0$) pode existir.

Propriedades da equação de Orr-Sommerfeld:

- TEOREMA II:
  - *A propagação de perturbações neutras ($c_i = 0$) em uma camada limite é menor do que a máxima velocidade do escoamento, i.e., $c_r < U_{max}$.*
    - Na camada crítica em $y = y_k$, quando $U = c$.

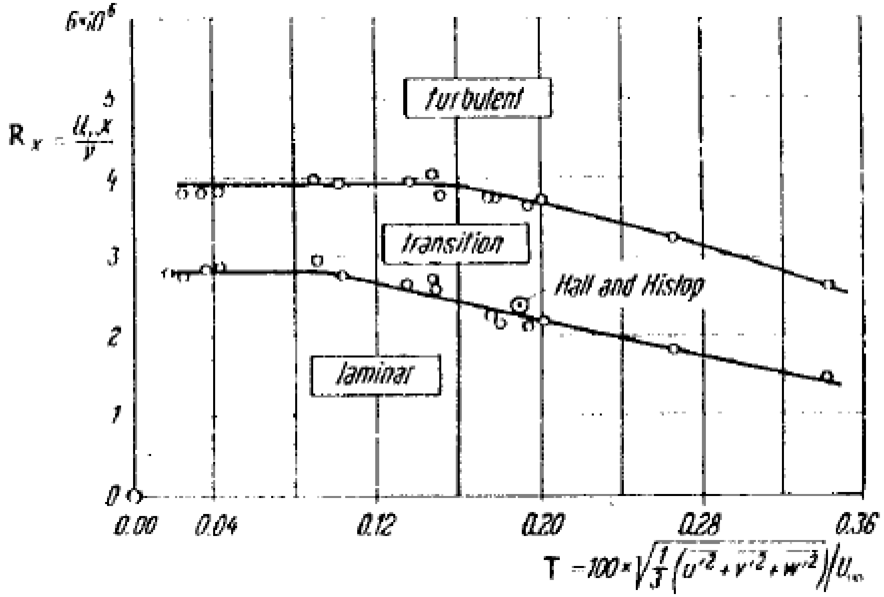
      $$u' = \phi' = U''_k / U'_k \ln (y - y_k)$$

    - Para um escoamento sem viscosidade, o componente *u'* apresenta curvatura infinita, se a curvatura da velocidade na região critica não se anula.
    - *O* efeito viscoso não pode ser desprezado .

Intensidade de turbulência

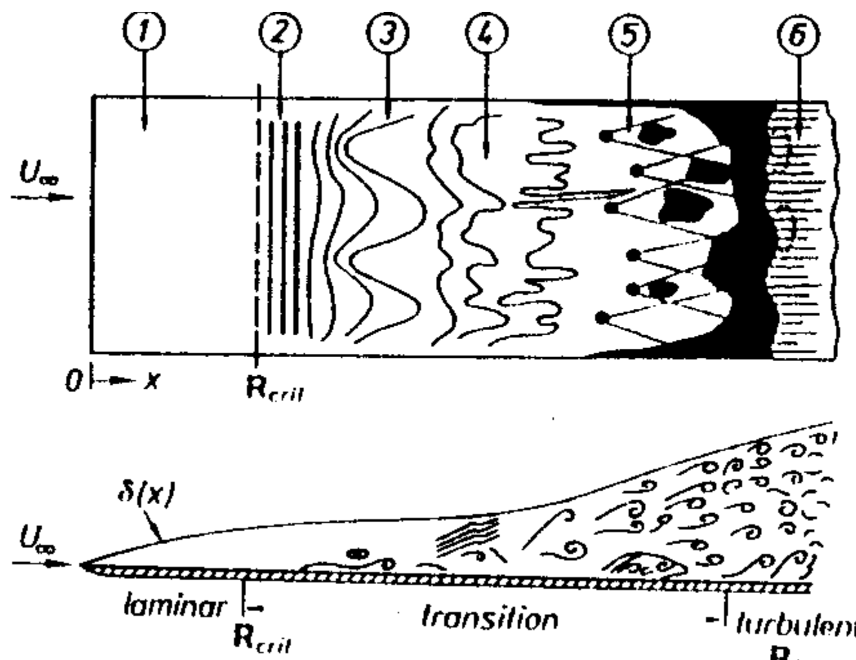
$$T = \frac{\sqrt{\frac{1}{3}\left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2}\right)}}{U_\infty}$$

Influência da intensidade de turbulência



Processo de transição em uma camada limite sobre uma placa plana na presença de um escoamento externo com baixo intensidade de turbulência

1. Escoamento laminar estável após o bordo de ataque
2. Escoamento laminar bi-dimensional, com ondas de Tollmien-Schlichting instáveis
3. Desenvolvimento de ondas tri-dimensionais instáveis e formação de vórtices
4. Rajadas de turbulência em locais de com alta vorticiade local
5. Formaçao de pontos de turbulência em locais com flutuação de velocidade turbulenta alta
6. Coalescência dos pontos de turbulência em uma camada limite turbulenta desenvolvida



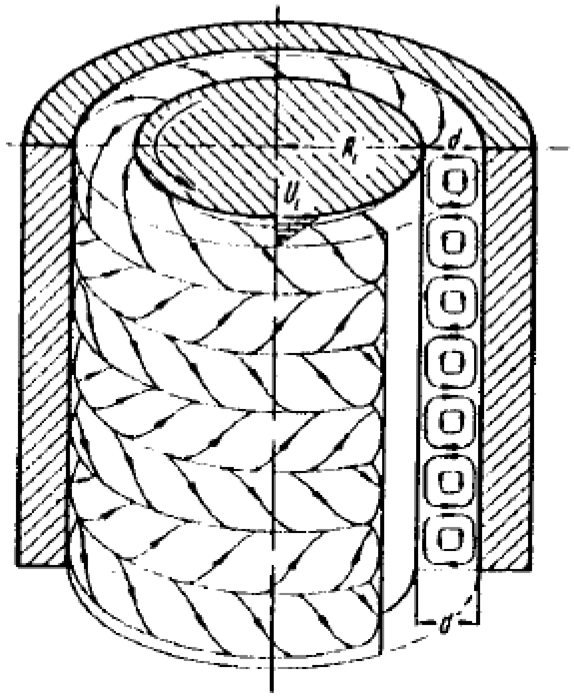
Estabilidade da Camada Limite na presença de perturbações tri-dimensionais

- **Escoamento entre cilindros concêntricos com rotação**
  - Para escoamento não viscoso, de acordo com Rayleigh, o escoamento se torna instável se

$$u(r) = \frac{cte}{r^n} \quad ; \quad n > 1$$

  - Taylor mostrou que se o número de Reynolds exceder um certo valor, surgem vórtices com os eixos localizados ao longo de circunferências girando de forma alterna em direções. O escoamento se torna instável se o número de Taylor Ta ≥ 43,3

$$Ta = \frac{U_{in}\,d}{\upsilon}\sqrt{\frac{d}{R_i}} \quad ; \quad n > 1$$

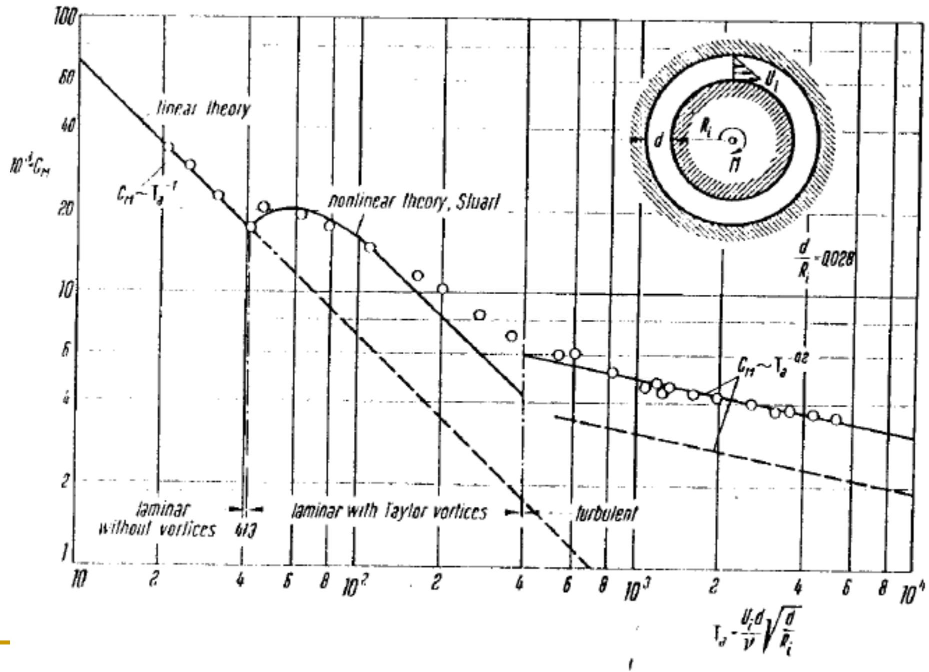


- O aparecimento do primeiro vórtice neutro no limite de estabilidade ocorre para Ta =41,3.
- A persistência de vórtices amplificados para maiores números de Taylor não implica que o regime é turbulento. Mesmo após ultrapassar o limite de estabilidade o escoamento continua laminar.
- Stuart identificou três regimes

$$Ta < 41{,}3 : escoamento\ laminar\ de\ Couette$$

$$41{,}3 < Ta < 400 : escoamento\ laminar\ com\ vórtice\ de\ Taylor$$

$$Ta > 400 : escoamento\ turbulento$$



- **Camada limite sobre parede côncava:** Se a camada limite for fina em relação ao raio de curvatura da parede, a pressão permanece constante ao longo da camada limite. Porém, se a camada limite for espessa em comparação com o raio de curvatura, a ação centrífuga cria uma variação de pressão através da camada limite, induzindo a instabilidade centrífuga da camada limite (instabilidade de Goertler) e a formação dos **vórtices de Goertler**.

- O número de Goertler é a razão dos efeitos centrífugos em relação os efeitos da camada limite. θ é a espessura de momentum

$$G = \frac{U_\infty \theta}{\upsilon}\left(\frac{\theta}{R}\right)^{1/2} > 0{,}3 \quad instável$$