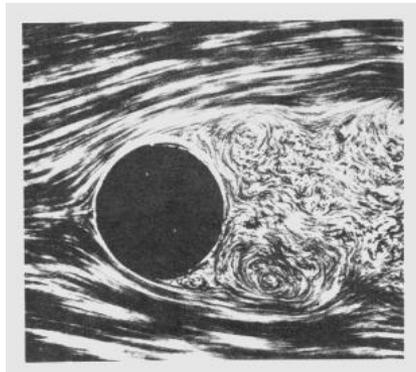


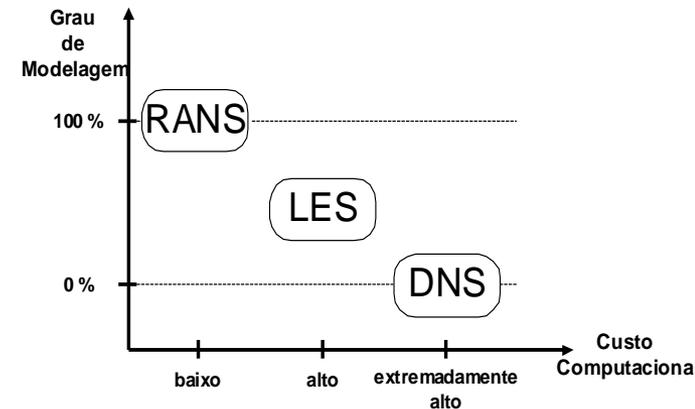
# ESCOAMENTO TURBULENTO

- a turbulência em geral surge de uma instabilidade do escoamento em regime laminar, quando o número de Reynolds torna-se grande. As instabilidades estão relacionadas com interações entre termos viscosos e termos de inércia não lineares nas equações de quantidade de movimento linear.
  - Os efeitos advectivos altamente não lineares, são efeitos amplificadores de perturbações é geradores de instabilidades. Por outro lado os efeitos difusivos são amortecedores ou inibidores da formação de instabilidades.
- O escoamento turbulento é governado pelas equações de conservação já apresentadas, porém é sempre 3D e transiente



- Atualmente existem basicamente três métodos para se analisar um escoamento turbulento, os quais serão descritos a seguir.

- **DNS (Direct Numerical Simulation):** cálculo de todas as escalas de comprimento da turbulência.
- **LES (Large Eddy Simulation):** cálculo dos turbilhões de grandes escalas, com uma modelagem dos turbilhões de escala menor.
- **RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes):** modelos da turbulência estatística baseado nas equações de Navier-Stokes médias no tempo.

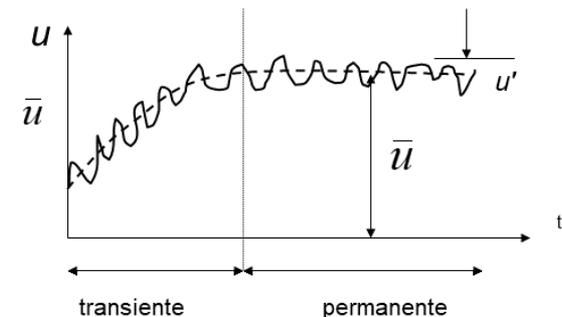


## Equações Médias de Reynolds

- Os modelos de turbulência baseados nas equações de Navier-Stokes médias no tempo RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes) são baseados na decomposição da velocidade em um valor médio e uma flutuação

$$u = \bar{u} + u'$$

- Para o engenheiro, muitas vezes é suficiente conhecer o comportamento do valor médio. A flutuação  $u'$  (muitas vezes da ordem de 1% a 10% de velocidade média)



As equações de Navier-Stokes médias no tempo são obtidas através da média temporal das equações de conservação:

**Equação da continuidade (incompressível)**

$$\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0$$

**Equação de Conservação de Quantidade de Movimento Linear**

$$\left( \frac{\partial \rho \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \rho \bar{u}_j \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \rho g_i +$$

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \left( \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} \right] + \frac{\partial (-\rho \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j}$$

O termo  $-\rho \overline{u'_i u'_j}$  é denominado **tensão de Reynolds**, e envolve os componentes das flutuações da velocidade que não são conhecidas.

# Modelos de Viscosidade Turbulenta

- Os modelos de viscosidade turbulenta são baseados no conceito da viscosidade turbulenta introduzido por Boussinesq em 1877. Boussinesq propõe para o núcleo turbulento uma analogia entre as tensões turbulentas e as tensões existentes no regime laminar.
- Vimos que a tensão viscosa para um fluido Newtoniano é

$$\underline{\underline{\tau}} = \left\{ \mu [\mathbf{grad} \vec{V} + (\mathbf{grad} \vec{V})^T] - \frac{2}{3} \mu \mathbf{div} \vec{V} \underline{\underline{I}} \right\} \quad \tau_{ij} = \mu \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}$$

Fazendo uma analogia entre a tensão laminar e turbulento, a tensão turbulenta é definida como:

$$-\rho \overline{u'_i u'_j} = \mu_t \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \mu_t \left( \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_k} \right) \delta_{ij} - \frac{2}{3} \rho \kappa \delta_{ij}$$

$\kappa$  é a energia cinética turbulenta, definida como

$$\kappa = \frac{1}{2} \left( \overline{u_i'^2} \right) = \frac{1}{2} \left( \overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right)$$

## ***Equação de Conservação de Quantidade de Movimento Linear***

$$\rho \left( \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) = - \frac{\partial \bar{P}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu_{ef} \left[ \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right] \right) + \rho g_i$$

$$\bar{P} = \bar{p} + \frac{2}{3} \mu_t \left( \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial x_k} \right) + \frac{2}{3} \rho \kappa$$

viscosidade efetiva  $\mu_{ef}$ :

$$\mu_{ef} = \mu + \mu_t(\mathbf{x}, t)$$

$\mu$  é a viscosidade molecular

$\mu_t$  é a viscosidade turbulenta.

### **VISCOSIDADE TURBULENTA**

$$\mu_t \approx \rho V_c L_c$$

Os modelos podem ser classificados em modelos:

- modelos algébricos, modelos de zero equações diferenciais
- modelos de uma equação diferencial
- modelos de duas equações diferenciais
- modelos de  $n$  equações diferenciais

## Modelos De Duas Equações

- Estes modelos consistem na solução de duas equações diferenciais para avaliar a viscosidade turbulenta. Na elaboração de um modelo de duas equações, faz sentido continuarmos utilizando a equação para a energia cinética  $\kappa$ , devido ao pouco empiricismo usado na sua obtenção. Como podemos utilizar qualquer combinação do tipo para a segunda variável, várias propostas surgiram ao longo dos anos:
  - Freqüência de vórtices  $f$  ( $f = \kappa^{1/2} \ell^{-1}$ ) (Kolmogorov, 1942)
  - Produto energia versus escala de comprimento  $\kappa \ell$  (Rodi e Spalding, 1970)
  - Vorticidade  $\omega$  ( $\omega = \kappa \ell^{-2}$ ) (Wilcox, 1988)
  - Dissipação  $\varepsilon$  ( $\varepsilon = \kappa^{3/2} \ell^{-1}$ ) da energia cinética turbulenta  $\kappa$  (Harlow e Nakayama, 1968 e Launder e Spalding, 1974)

## Modelo $\kappa$ - $\varepsilon$

- O modelo  $\kappa$ - $\varepsilon$  é sem dúvida o modelo que tem recebido maior atenção devido, principalmente, aos trabalhos de Jones e Spalding (1972, 1973) e Launder e Spalding (1974). Neste modelo a velocidade característica continua sendo  $V_c = \kappa^{1/2}$  e o comprimento característico é obtido em função da dissipação ( $\varepsilon = u^3 / \ell \Rightarrow \ell = u^3 / \varepsilon \Rightarrow \ell = \kappa^{3/2} / \varepsilon$ ). A viscosidade turbulenta é

$$\mu_t = \frac{c_\mu \rho \kappa^2}{\varepsilon}$$

$$\frac{\partial \rho \kappa}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \overline{u_j \kappa}) = P_\kappa + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\kappa} \right) \frac{\partial \kappa}{\partial x_j} \right] - \rho \varepsilon$$

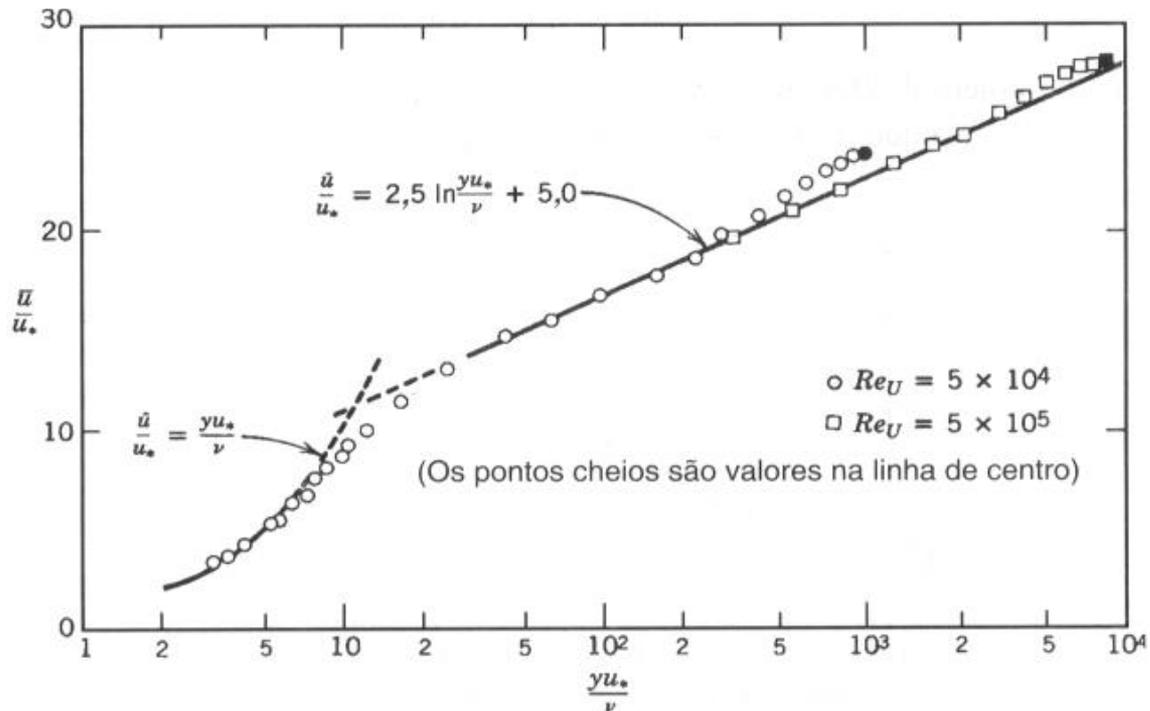
$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \overline{u_j \varepsilon}) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] + [c_{1\varepsilon} P_\kappa - c_{2\varepsilon} \rho \varepsilon] \frac{\varepsilon}{\kappa}$$

$$P_\kappa = \mu_t \left( \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_i} \right) \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}$$

as constantes empíricas são:  $c_\mu = 0,09$  ;  
 $c_{1\varepsilon} = 1,44$  ;  $c_{2\varepsilon} = 1,92$  ;  $\sigma_\kappa = 1,0$  e  $\sigma_\varepsilon = 1,3$

## Modelo $\kappa-\varepsilon$

- O modelo  $\kappa-\varepsilon$  padrão utiliza nas fronteiras a lei da parede padrão. Isto consiste em utilizar as soluções obtidas para  $u^+$  em função de  $y^+$  na **região da parede**



- Recomenda-se o modelo padrão para altos números de Reynolds, com  $y^+ > 11,5$

## Modelo $\kappa-\omega$

- O modelo  $\kappa-\omega$  pode ser derivado da equação de  $\kappa-\varepsilon$
- A viscosidade turbulenta é

$$\mu_t = \alpha^* \frac{\rho \kappa}{\omega}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho \overline{u_j \omega}) = & \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + (c_{\varepsilon 1} - 1) \frac{\omega}{\kappa} P_\kappa - (c_{\varepsilon 2} - 1) \omega^2 \\ & + c_\mu \left( \frac{1}{\sigma_\varepsilon} + \frac{1}{\sigma_\kappa} \right) \frac{1}{\omega} \nabla \omega \cdot \nabla \kappa + c_\mu \left( \frac{1}{\sigma_\varepsilon} - \frac{1}{\sigma_\kappa} \right) \left( \nabla^2 \kappa + \frac{1}{\kappa} \nabla \kappa \cdot \nabla \kappa \right) \end{aligned}$$

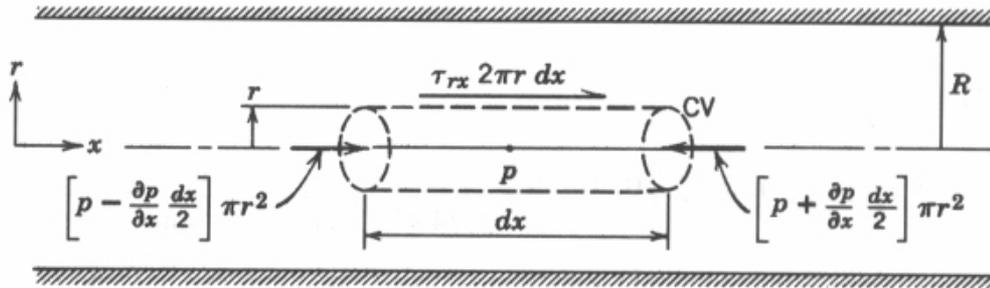
- Mesma equação de  $\kappa$  que o modelo  $\kappa-\varepsilon$ , reescrevendo o termo de destruição em função de  $\omega$
- Modelo recomendado para escoamento cisalhantes livres, com  $y^+ < 5$

## Modelo $\kappa-\omega$ SST

- Combinação dos modelo  $\kappa-\varepsilon$  e  $\kappa-\omega$ . Na região da parede emprega  $\kappa-\omega$  e longe da parede  $\kappa-\varepsilon$

# ESCOAMENTO HIDRODINÂMICAMENTE DESENVOLVIDO TURBULENTO

nos escoamentos hidrodinamicamente desenvolvidos em tubos horizontais, tanto no regime laminar quanto turbulento, a queda de pressão é somente devido às tensões tangenciais nas paredes da tubulação.



$$0 = -\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau) \Rightarrow$$

$$\tau = \frac{\partial p}{\partial x} \frac{r}{2}$$

□ a tensão na parede é  $\tau_s = -\tau(r = R) = -\frac{\partial p}{\partial x} \frac{R}{2}$

□ No entanto, o perfil de velocidade varia substancialmente para cada regime de escoamento pois a relação entre a tensão cisalhante e o gradiente de velocidade não é a mesma. Como já foi visto, no regime turbulento

$$\tau = (\mu + \mu_t) \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} = \mu_{ef} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \quad ; \quad \mu_{ef} = \mu + \mu_t$$

❑ Para avaliar o perfil de velocidade, precisamos de um modelo de turbulência para determinar a viscosidade turbulenta. Por outro lado, podemos utilizar dados empíricos.

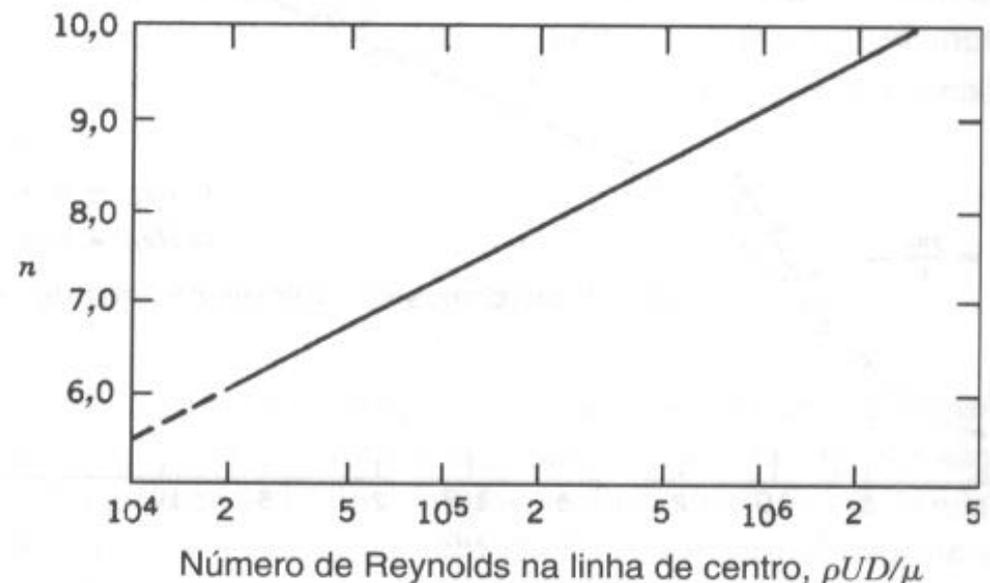
❑ Para um tubo liso, o perfil de velocidade pode ser aproximado pela “lei de potências” de forma análoga ao regime turbulento na camada limite

$$\frac{\bar{u}}{u_{\max}} = \left(1 - \frac{r}{R}\right)^{1/n}$$

❑ O expoente  $n$  depende do número de Reynolds, baseado na velocidade máxima

$$U = \overline{u_{\max}}$$

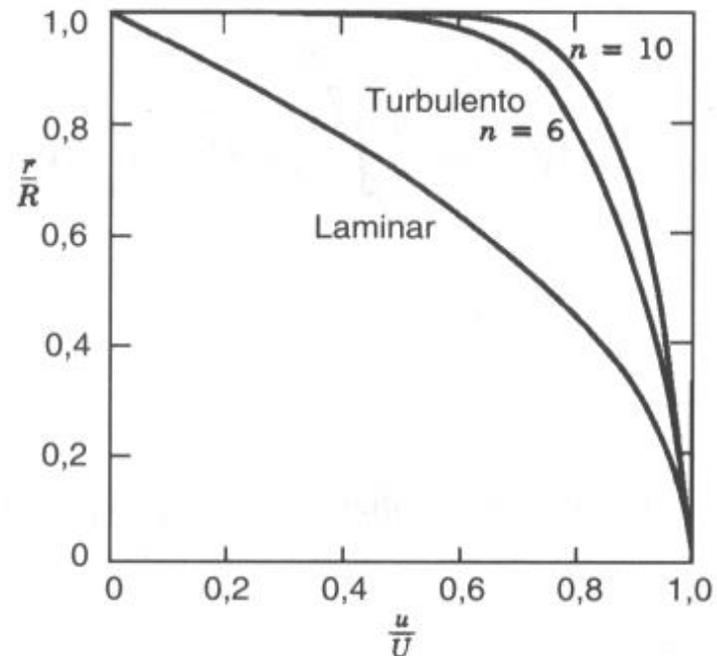
e no diâmetro, de acordo com a figura



- Conhecido o perfil de velocidade, a velocidade média pode ser facilmente obtida

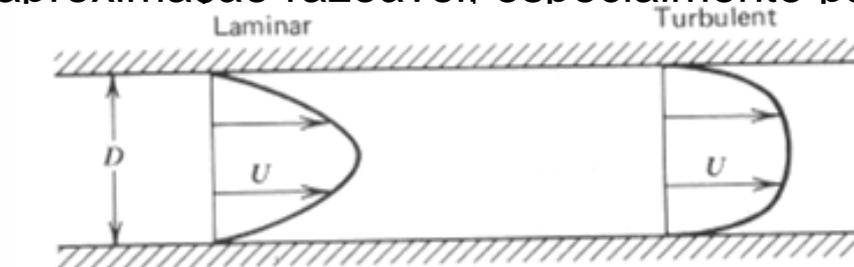
$$Q = \overline{u_m} A_T = \int_{A_T} \bar{u} dA_T = \int_0^R \bar{u} 2 \pi r dr \quad \Rightarrow \quad \frac{\overline{u_m}}{u_{\max}} = \frac{2 n^2}{(n + 1) (2n + 1)}$$

- Naturalmente que a relação entre a velocidade média e máxima depende do expoente  $n$ . Quanto maior o número de Reynolds, maior é o expoente  $n$  e mais achatado é o perfil de velocidade, maior é a tensão cisalhante. Note que a relação entre a velocidade média e máxima para o regime laminar em um tubo circular é  $1/2$ .
- A figura ao lado ilustra uma comparação entre o perfil de velocidade no regime laminar e no regime turbulento para diferentes expoentes.



❑ Na prática, com muita freqüência, especifica-se o expoente  $n = 7$  independente do número de Reynolds.

❑ Vale ressaltar que a hipótese de velocidade uniforme na seção transversal é uma péssima aproximação no caso de regime laminar. Já para o regime turbulento, é uma aproximação razoável, especialmente para altos Reynolds.



❑ O lei  $1/n$  aproxima bem o perfil de velocidade em quase todo o domínio, com exceção da região próxima à parede, não sendo possível estimar o atrito a partir deste perfil.

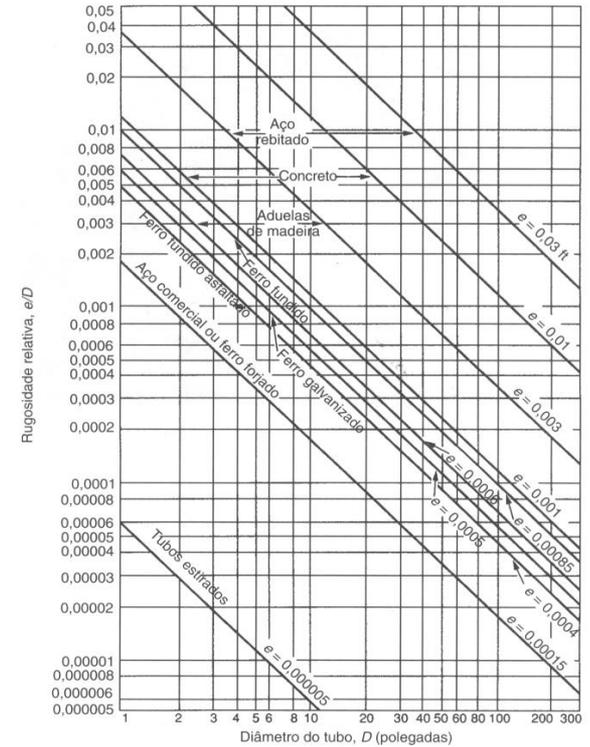
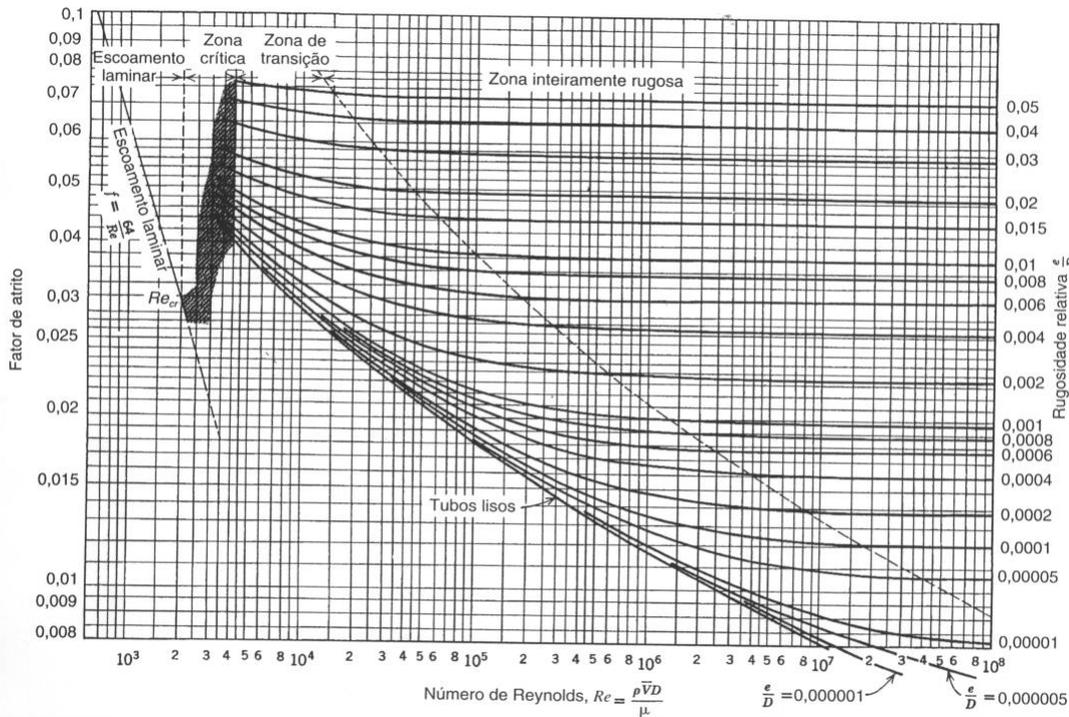
❑ Utiliza-se então dados empíricos para estimar o fator de atrito, o qual depende não só do número de Reynolds, mas da rugosidade relativa da tubulação.

$$f = f(\mathbf{Re}, \varepsilon / D)$$

❑ O fator de atrito nada mais é do que uma queda de pressão adimensional ou tensão cisalhante na parede adimensional

$$f = \frac{-\frac{\partial p}{\partial x} D}{\frac{1}{2} \rho u_m^2} = \frac{4 \tau_s}{\frac{1}{2} \rho u_m^2}$$

A rugosidade relativa depende do material da tubulação e do diâmetro da mesma



O fator de atrito pode ser avaliado a partir do diagrama de Moody

- A representação gráfica é conveniente e facilita a determinação do fator de atrito, no entanto, quando desejamos utilizar de forma sistemática em um programa de computador por exemplo, é desejável, representar a informação do diagrama de Moody por uma correlação.

- A correlação mais utilizada é a fórmula de Colebrook

$$\frac{1}{f^{0,5}} = -2,0 \log \left( \frac{\varepsilon / D}{3,7} + \frac{2,51}{\text{Re} f^{0,5}} \right)$$

- A correlação de Colebrook é uma equação transcendental, isto é, não é possível explicitar o valor do fator de atrito. É necessário resolver de forma iterativa. Miller recomenda como estimativa inicial para o processo iterativo, a seguinte expressão

$$f_o = 0,25 \left[ \log \left( \frac{\varepsilon / D}{3,7} + \frac{5,74}{\text{Re}^{0,9}} \right) \right]^{-2}$$

- Com essa inicialização, obtém-se um resultado dentro de 1% com apenas uma iteração.

**Exercício 1:** Deseja-se bombear água a 20 C [ $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ ;  $\mu = 0,001 \text{ Pa s}$ ] em um tubo circular liso. O diâmetro interno é  $D = 3 \text{ cm}$ . A tubo possui  $L = 20 \text{ m}$  de comprimento. Deseja-se uma vazão de  $\dot{m} = 0,4 \text{ kg/s}$ . Qual a potência de bombeamento necessária?

$$Pot = F V = \Delta P A V = \Delta P \dot{V} \quad f = \frac{\left(-\frac{dp}{dx}\right) D_h}{\frac{1}{2} \rho V_m^2} \Rightarrow \left(-\frac{dp}{dx}\right) = \frac{\Delta P}{L} = f \frac{1}{D} \frac{\rho V_m^2}{2}$$

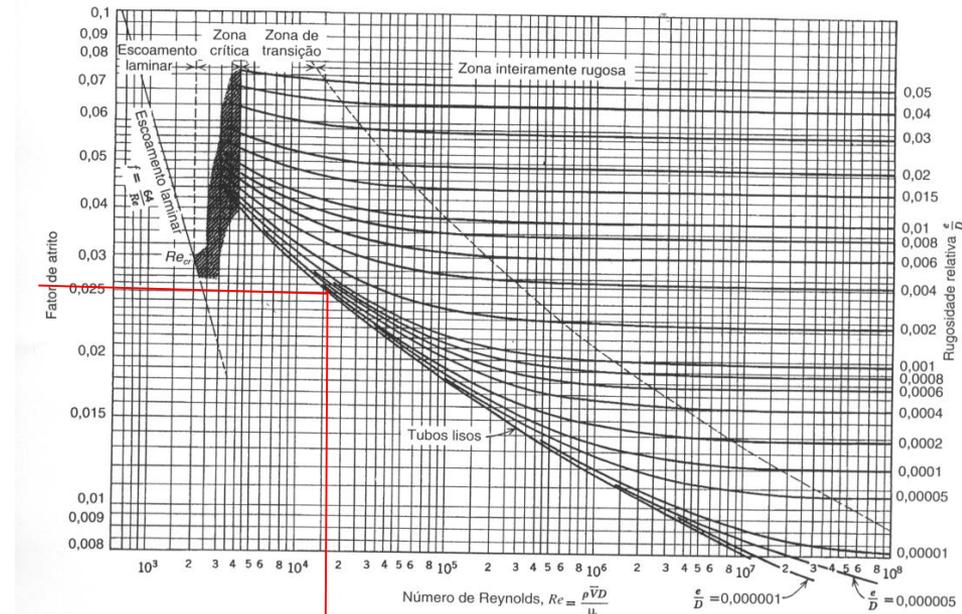
$$Re = \frac{\rho V_m D_h}{\mu} = \frac{\dot{m} D}{A_t \mu} = \frac{4 \dot{m}}{\pi D \mu} = 1,6 \times 10^4 > 2300$$

$$Re = 1,6 \times 10^4 \Rightarrow f = 0,025$$

$$\dot{V} = \frac{\dot{m}}{\rho} = 4 \times 10^{-4} \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

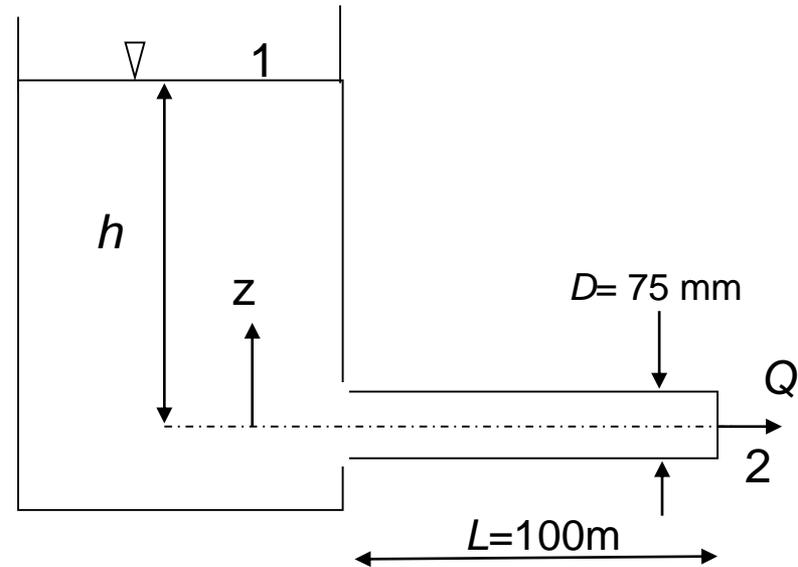
$$V_m = \frac{\dot{V}}{A_t} = \frac{4 \dot{V}}{\pi D^2} = 0,566 \text{ m/s}$$

$$Pot = \Delta P \dot{V} = f \frac{L \rho V_m^2}{D} \dot{V} = 1,067 \text{ W}$$



**Exercício 2:** Determine o nível  $h$  do reservatório para manter a vazão indicada:

- Tubulação lisa:  $\varepsilon=0$
- $Q= 0,03 \text{ m}^3/\text{s}$
- $D = 75 \text{ mm}$
- Entrada do tubo:  $k = 0,5$
- Saída:  $p_{\text{atm}}$
- Viscosidade:  $\mu = 10^{-3} \text{ kg}/(\text{ms})$
- Massa específica:  $\rho = 10^3 \text{ kg}/\text{m}^3$



$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V.C} \rho dV + \int_{S.C} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA = 0 \quad \frac{\partial}{\partial t} = 0 ; \rho = cte ; Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 ; V_1 = V_2 \frac{A_2}{A_1} \approx 0 ; V_2 = \frac{Q}{A_2} = 6,79 \frac{m}{s}$$

$$-\frac{\dot{W}_e}{\dot{m} g} = \left[ \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \right] - \left[ \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 \right] + h_{L1,2}$$

$$h_{L_{tubo}} = f \frac{L V_m^2}{D 2g}$$

$$\dot{W}_e = 0 \quad p_2 = p_1 = P_{atm} \\ z_2 = 0 ; z_1 = h$$

$$h_{L_{AC}} = k \frac{V_m^2}{2g}$$

$$h_{L1,2} = h_{L_{tubo}} + h_{L_{entrada}}$$

$$h = \frac{V_2^2}{2g} + h_{L1,2} = \frac{V_2^2}{2g} (1 + k + f \frac{L}{D})$$

$$\mathbf{Re} = \frac{\rho V_m D h}{\mu} = 5,09 \times 10^5 > 2300$$

$$\frac{1}{f^{0,5}} = -2,0 \log \left[ \frac{\varepsilon / D_h}{3,7} + \frac{2,51}{\text{Re} f^{0,5}} \right]$$

$$\frac{1}{f^{0,5}} = -2,0 \log \left[ \frac{\varepsilon/D_h}{3,7} + \frac{2,51}{\text{Re} f^{0,5}} \right]$$

$$\text{Re} = \frac{\rho V_m D_h}{\mu} = 5,09 \times 10^5 \quad ; \quad \varepsilon = 0 \quad \frac{1}{f^{0,5}} = -2,0 \log \left[ \frac{2,51}{509000 f^{0,5}} \right]$$

• estimativa inicial de Miller

$$f_o = 0,25 \left[ \log \left( \frac{\varepsilon/D_h}{3,7} + \frac{5,74}{\text{Re}^{0,9}} \right) \right]^{-2} \quad f_o = 0,25 \left[ \log \left( \frac{5,74}{509000^{0,9}} \right) \right]^{-2} = 0,01305$$

• segunda iteração:

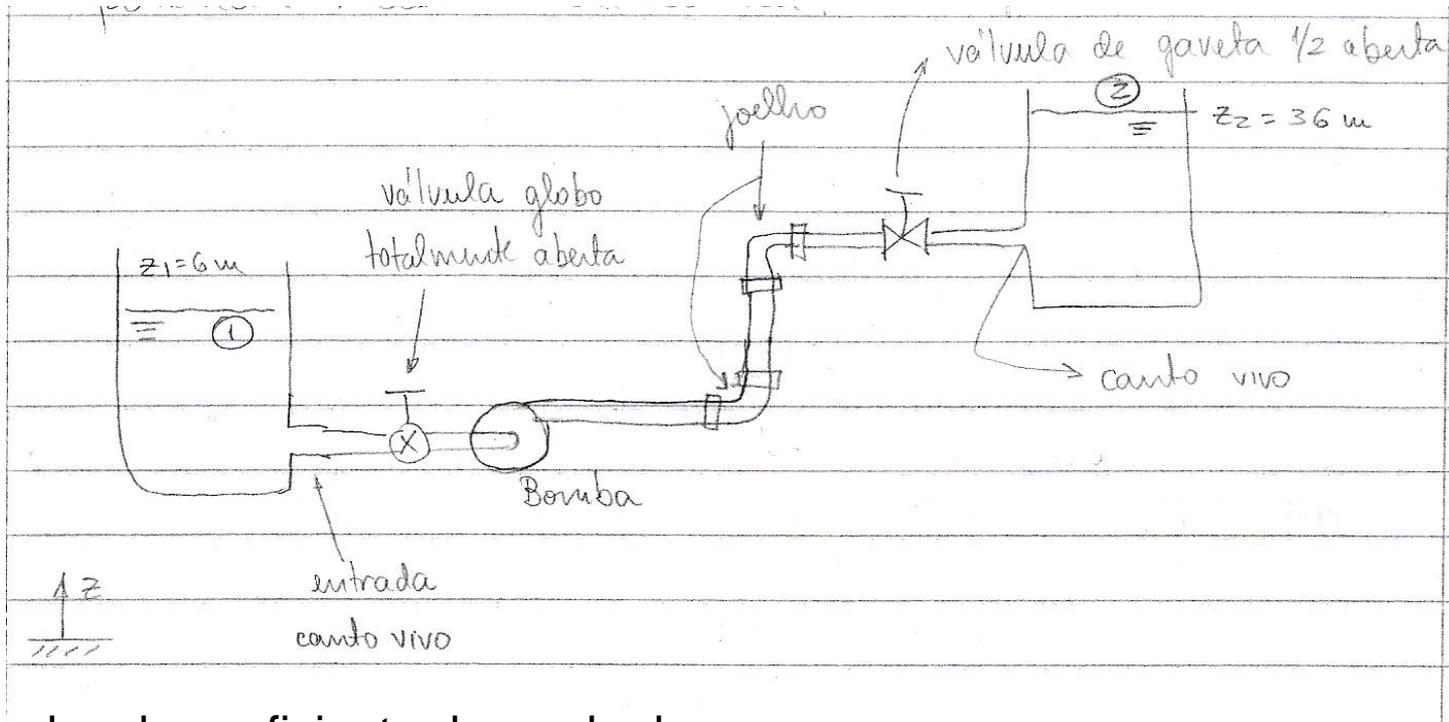
$$\frac{1}{f^{0,5}} = -2,0 \log \left[ \frac{2,51}{509000 \times 0,01305^{0,5}} \right] \Rightarrow f = 0,01312$$

• terceira iteração:

$$\frac{1}{f^{0,5}} = -2,0 \log \left[ \frac{2,51}{509000 \times 0,01312^{0,5}} \right] \Rightarrow f = 0,01311 \quad \textit{convergiu}$$

$$h = \frac{V_2^2}{2g} + h_{L_{1,2}} = \frac{V_2^2}{2g} (1 + k + f \frac{L}{D}) = \frac{6,79^2}{2 \times 9,81} (1 + 0,5 + 0,01311 \frac{100}{0,075}) = 44,6 \text{ m}$$

**Exercício 3:** Água com  $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$  e  $\nu = \mu/\rho = 1 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$  é bombeada entre dois reservatórios com a vazão  $Q = 5,6 \times 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  através de uma tubulação de  $L=120 \text{ m}$  e  $D=50 \text{ mm}$  de diâmetro. A rugosidade relativa do tubo é  $\varepsilon/D=0,001$ . Calcule a potência necessária da bomba.



Dados de coeficiente de perda de carga:

- Entrada canto vivo:  $k=0,5$
- Saída canto vivo:  $k=1,0$
- Válvula globo aberta:  $k=1,0$
- Joelho a  $90^\circ$ :  $k=0,9$
- Válvula de gaveta  $1/2$  aberta:  $k=0,1$

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V.C} \rho dV + \int_{S.C} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 ; \rho = cte ; Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 = V_t A_t ; V_t = \frac{4Q}{\pi D^2} = 2,85 \frac{m}{s} ; V_1 = V_2 \approx 0$$

$$\dot{m} = \rho Q$$

$$-\frac{\dot{W}_e}{\dot{m} g} = \left[ \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \right] - \left[ \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 \right] + h_{L1,2}$$

$$p_2 = p_1 = P_{atm} ; z_1 = 6 m ; z_2 = 36 m ; z_2 - z_1 = H = 30m$$

$$h_{L1,2} = h_{L_{tubo}} + \sum h_{L_{AC}} = f \frac{L}{D} \frac{V_t^2}{2g} + \sum k_{ac} \frac{V_t^2}{2g}$$

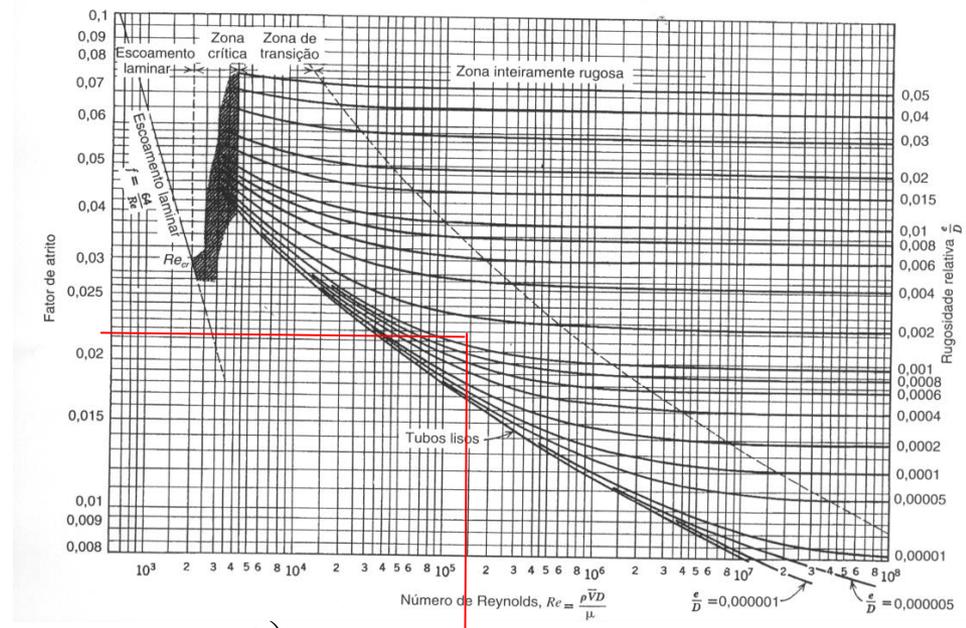
$$-\dot{W}_e = \rho Q g (H + h_{L1,2}) = \rho Q g \left( H + \left[ f \frac{L}{D} + \sum k_{ac} \right] \frac{V_t^2}{2g} \right)$$

$$Re = \frac{\rho V_t D}{\mu} = 1,41 \times 10^5$$

$$\Rightarrow f = 0,021$$

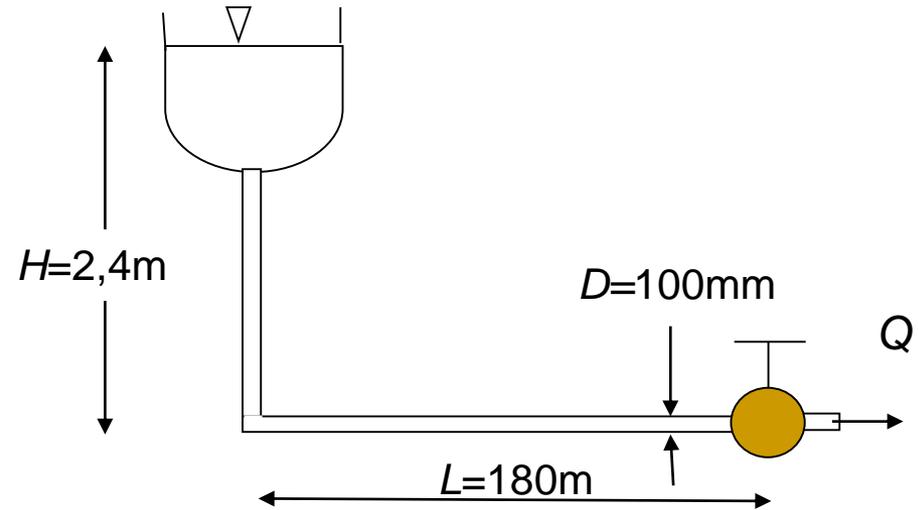
$$\varepsilon / D = 0.001$$

Bomba: trabalho é fornecido: <0



$$\dot{W}_b = -\dot{W}_e = 10^3 \times 5,6 \times 10^{-3} \left( 30 + \left[ 0,01 \frac{120}{0,075} + 0,5 + 1,0 + 1,0 + 2 \times 0,9 + 0,1 \right] \frac{2,85^2}{2} \right) = 654 W = 0,87 HP$$

**Exercício 4:** Considere a instalação da figura ao lado. O tubo possui uma rugosidade relativa de  $\varepsilon/D = 0,001$  e possui um diâmetro  $D = 100$  mm. Determinar a vazão máxima da instalação. Considerar as perdas localizadas somente na válvula de gaveta.



$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V.C} \rho dV + \int_{S.C} \rho \vec{V} \cdot \vec{n} dA = 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} = 0 ; \rho = cte ; Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 ; V_1 = V_2 \frac{A_2}{A_1} \approx 0$$

$$-\frac{\dot{W}_e}{\dot{m}g} = \left[ \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + z_2 \right] - \left[ \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 \right] + h_{L1,2}$$

$$h_{L_{tubo}} = f \frac{L V_m^2}{D 2g}$$

$$\dot{W}_e = 0 \quad p_2 = p_1 = P_{atm}$$

$$z_2 = 0 ; z_1 = H$$

$$h_{L_{AC}} = f \frac{L_{eq}}{D} \frac{V_m^2}{2g}$$

$$h_{L1,2} = h_{L_{tubo}} + h_{L_{valvula}}$$

$$H = \frac{V_2^2}{2g} + h_{L1,2} = \frac{V_2^2}{2g} \left( 1 + f \frac{L + L_{eq}}{D} \right)$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2gH}{\left( 1 + f \frac{L + L_{eq}}{D} \right)}}$$

$$\frac{1}{f^{0.5}} = -2,0 \log \left[ \frac{\varepsilon / D_h}{3,7} + \frac{2,51}{Re f^{0,5}} \right]$$

$$Re = \frac{\rho V_m D_h}{\mu}$$

Não conhece a vazão, não tem como calcular o Reynolds, para determinar  $f$

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 g H}{\left(1 + f \frac{L + L_{eq}}{D}\right)}}$$

Tipo de Acessório	Comprimento Equivalente <sup>a</sup> $L_e/D$
Válvulas (inteiramente abertas)	
Válvula de gaveta	8
Válvula globo	340

$$V_2 = \sqrt{\frac{2 g H}{\left(1 + f \frac{L + L_{eq}}{D}\right)}} = \sqrt{\frac{47,088}{1 + f\left(\frac{180}{0,1} + 8\right)}} = \sqrt{\frac{47,088}{1 + f1808}}$$

$$Re = \frac{\rho V_m D_h}{\mu} = 10^5 V_m$$

Estimativa inicial: fluido ideal sem perda ou um valor de f típico (0,02):

$$f = 0,02 \rightarrow V_2 = 1,26 m/s$$

$$Re = 1,26 \times 10^5$$

2ª estimativa inicial:

$$Re = 1,26 \times 10^5$$

$$f = 0,022 \rightarrow V_2 = 1,075 m/s$$

$$Re = 1,075 \times 10^5$$

3ª estimativa inicial:

$$Re = 1,075 \times 10^5$$

$$f = 0,023 \rightarrow V_2 = 1,052 m/s$$

convergiu

