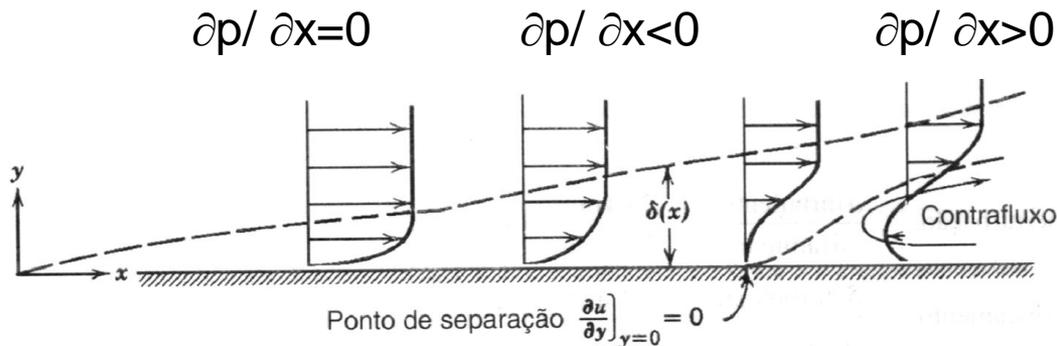


# Ponto de Separação e Esteira

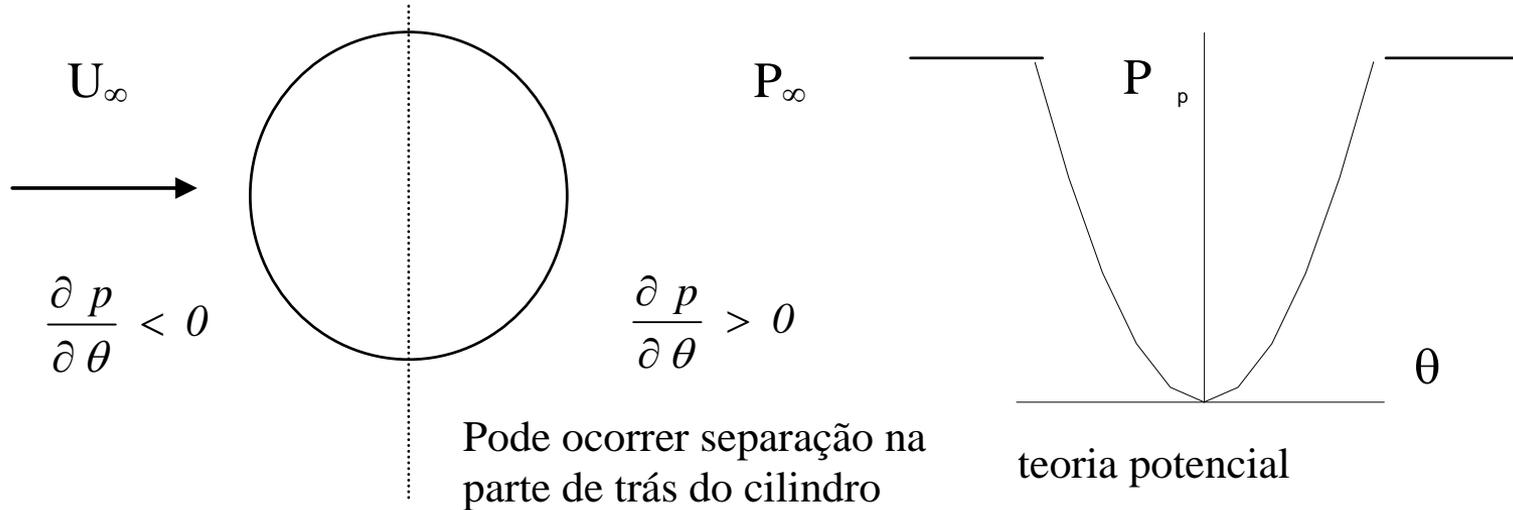


❑ O fluido é desacelerado devido aos efeitos viscosos. Se o gradiente de pressão é nulo,  $\partial p/\partial x=0$ , não há influência no escoamento. Na região em que o gradiente é favorável  $\partial p/\partial x < 0$ , este ajuda o escoamento. Porém se o gradiente de pressão é adverso  $\partial p/\partial x > 0$ , este atua contra o escoamento. Neste caso, a tensão na parede pode ser reduzida até atingir o valor zero. Este ponto é chamado de ponto de separação

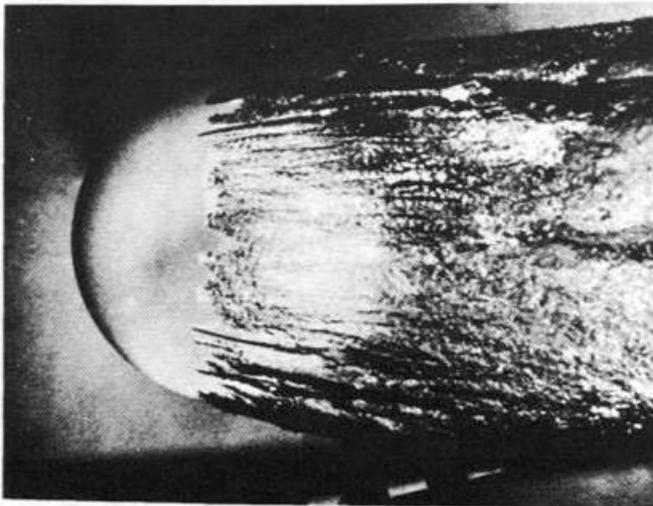
$$y = 0 \quad ; \quad \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \quad (\tau_s = 0)$$

❑ A partir deste ponto a teoria da camada limite não pode mais ser utilizada. Ocorre a formação da esteira.

**Exemplo:** escoamento transversal a cilindro.

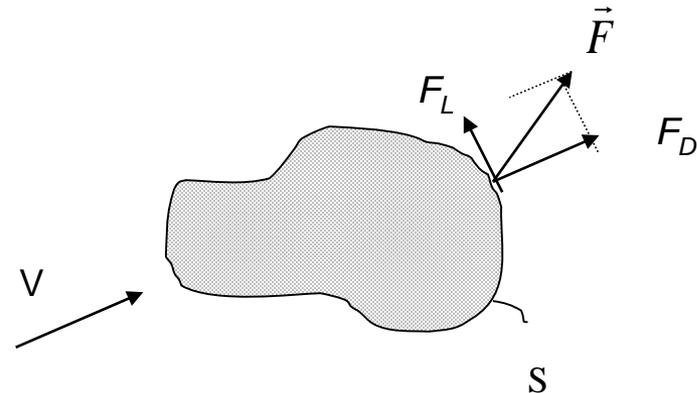


Pode ocorrer separação na parte de trás do cilindro



A pressão na região do escoamento separado é baixa, devido à alta energia cinética do escoamento naquela região

# ESCOAMENTO AO REDOR DE CORPOS SUBMERSOS



Sempre que há movimento relativo entre um corpo sólido e fluido, o sólido sofre a ação de uma força  $\vec{F}$  devido a ação do fluido.

$$\vec{F} = \int_S d\vec{F} = \int_S d\vec{F}_\mu + \int_S d\vec{F}_P = \int_S \tau_s \vec{t} dA - \int_S p \vec{n} dA$$

$\vec{F}$  é a força total que possui contribuição viscosa e de pressão.

$\vec{F}_\mu$  é a força viscosa  $\vec{F}_P$  a força de pressão.

A força resultante  $\vec{F}$  que atua em um corpo devido ao escoamento de um fluido ao redor do corpo pode ser decomposta em uma força de arraste  $F_D$  e uma força de sustentação  $F_L$ . Note que tanto  $F_D$  quanto  $F_L$  possuem contribuição viscosa e de pressão.

**Força de Arraste (Drag) =  $F_D$**  = componente da força resultante na direção do escoamento

**Força de Sustentação (Lift) =  $F_L$**  = componente da força resultante na direção perpendicular ao escoamento

É conveniente adimensionar essas forças, para generalizar as análises e os resultados. Define-se então:

**Coefficiente de Arraste =  $C_D$**

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho V^2 A_{ref}}$$

$$C_D = C_D ( \text{ geometria, Re} )$$

**Coefficiente de Sustentação =  $C_L$**

$$C_L = \frac{F_L}{\frac{1}{2} \rho V^2 A_{ref}}$$

$A_{ref}$  em geral é a área projetada na direção perpendicular ao escoamento. Através da análise dimensional, obtemos

$$C_D = C_D ( \text{ geometria, Re, Fr, M} )$$

$Re = \rho V L / \mu =$  número de Reynolds,

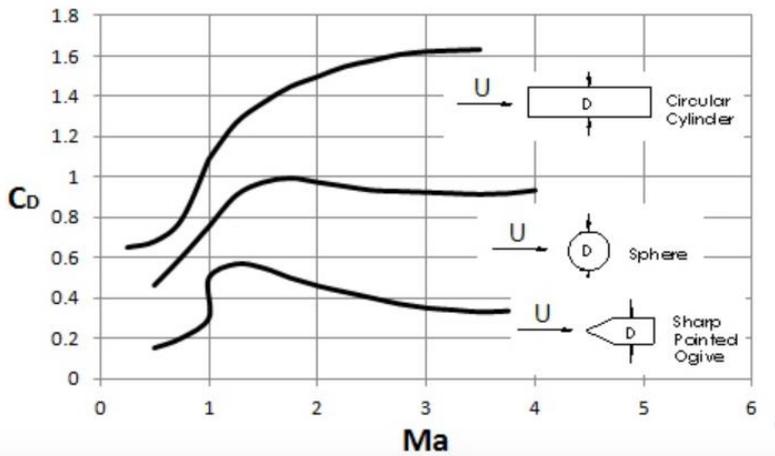
$Fr = V^2 / (gL) =$  número de Froud, quando existe superfície livre

$M = V/c =$  número de Mach, quando existem efeitos de compressibilidade  
(  $c$  = velocidade do som)

$C_D$  (Froude)  $Fr = V^2/(gL)$   
 Ex: "o homem delfinho"



$C_D$  (Mach)  $M = V/c$



Design de aviões supersônicos



Scramjet X-43 A, Mach 9.1

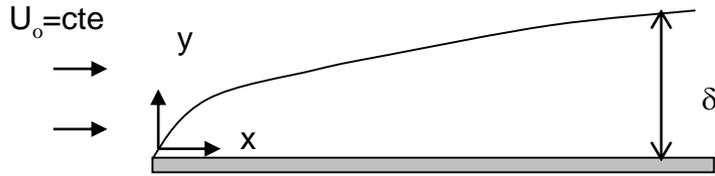


$C_D = C_D$  ( geometria,  $Re$ )

Com muita frequência

# Exemplos

## Escoamento sobre Placa Plana Horizontal



$\frac{\partial p}{\partial x} = 0$  área de referência é  $A_s = b L$   
 coeficiente de arraste ou  
 coeficiente de atrito

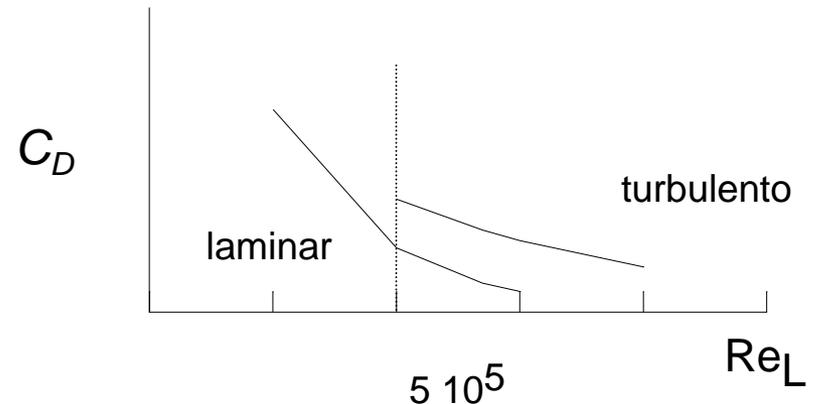
$$\vec{F} = F_D \vec{i} \quad ; \quad F_D = \int_S \tau_s(x) dA_s = \int_0^L \tau_s(x) b dx = \bar{\tau}_s A_s$$

$$C_D = \overline{C_{fL}} = \frac{\bar{\tau}_s}{\frac{1}{2} \rho U_\infty^2}$$

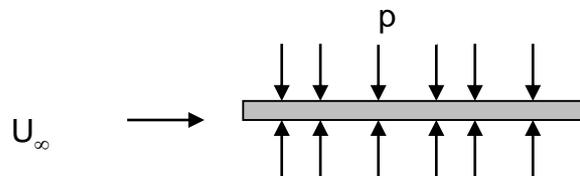
### Teoria da Camada Limite

para  $Re_x \leq 5 \times 10^5$   $C_D = \frac{1,328}{\sqrt{Re_L}}$

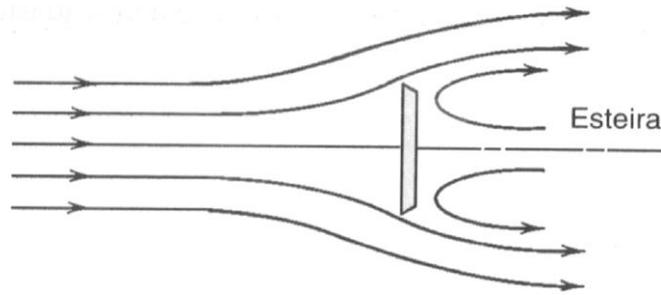
para  $5 \times 10^5 \leq Re_x \leq 10^7$   $C_D = \frac{0,074}{Re_L^{1/5}} - \frac{1740}{Re_L}$



Sustentação:  $F_L = 0$

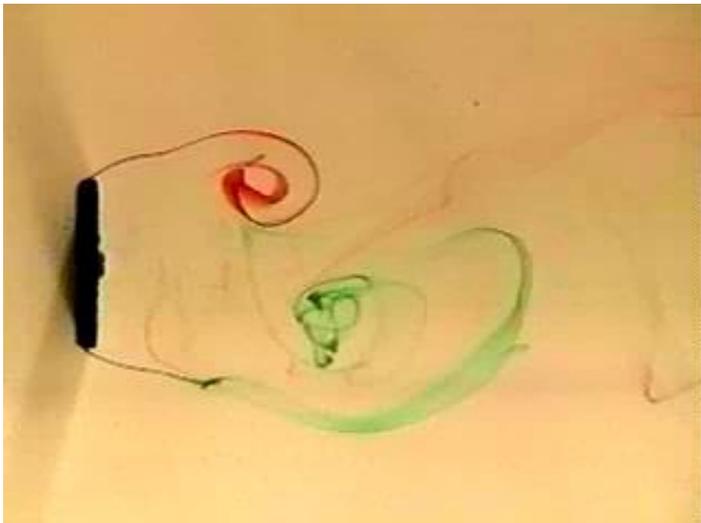


# ■ Escoamento perpendicular a placa plana

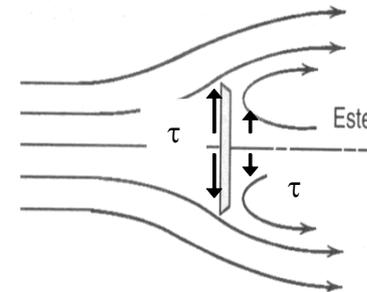
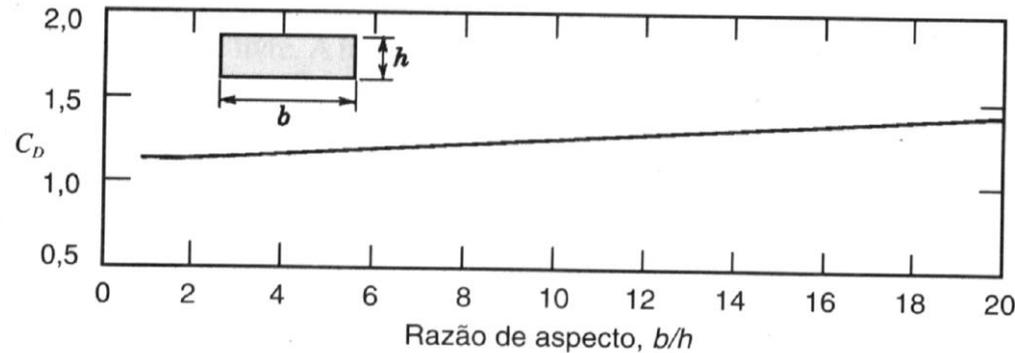


$$\vec{F} = F_D \vec{i} \quad ; \quad F_D = \int_S -p \, dA$$

O arraste é devido a diferença de pressão a frente e atrás da placa.



para  $Re \geq 10^3 \Rightarrow F_D = \text{constante}$ , só depende da razão de aspecto

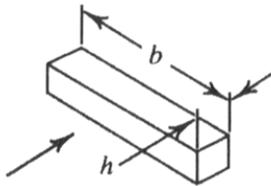
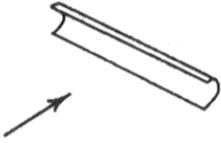
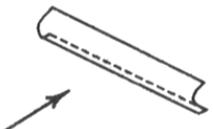


Sustentação  
 $F_L = 0$

$C_D$  para corpos com cantos vivos são praticamente independentes de  $Re$  porque a separação ocorre nos cantos vivos

Corpos com extremidades pontudas, induzem a separação e o coeficiente de arraste passa a ser somente uma função da geometria para  $Re \geq 10^3$ . Coeficientes de Arraste para alguns objetos são ilustrados no Quadro 9.3

**Quadro 9.3** Dados de Coeficientes de Arraste para Objetos Selecionados ( $Re \geq 10^3$ )<sup>a</sup>

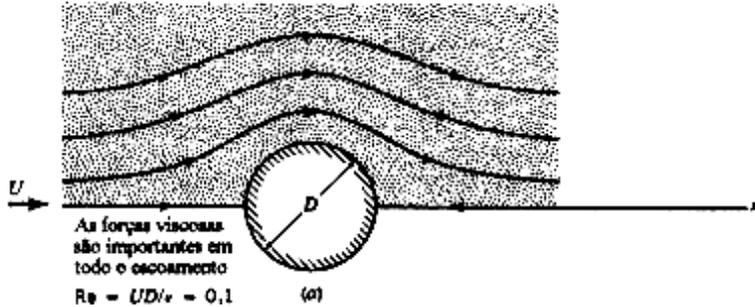
Objeto	Diagrama	$C_D(Re \geq 10^3)$
Paralelepípedo		$b/h = \infty$ 2,05 $b/h = 1$ 1,05
Disco		1,17
Anel		1,20 <sup>b</sup>
Hemisfério (lado aberto voltado para montante)		1,42
Hemisfério (lado aberto voltado para jusante)		0,38
Seção em C (lado aberto voltado para montante)		2,30
Seção em C (lado aberto voltado para jusante)		1,20

# Escoamento ao redor de uma esfera ou cilindro

Nestes casos, temos arraste de pressão e viscoso.

$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho V^2 A_{ref}}$$

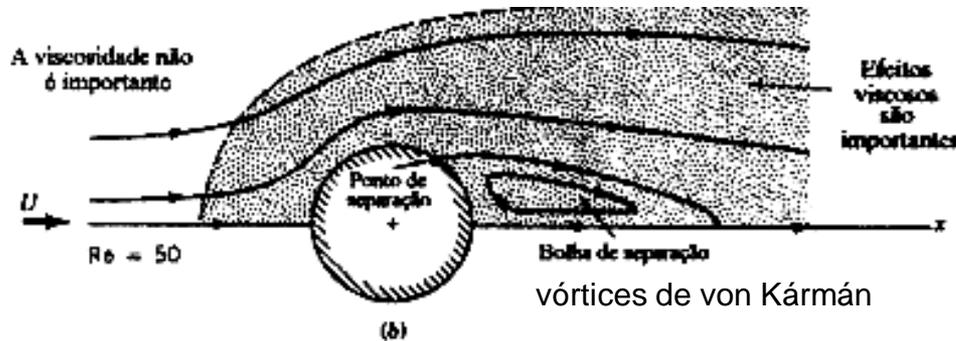
## Esfera



Para baixos **Re**,  $Re < 1$ , não há separação e o arraste viscoso predomina.

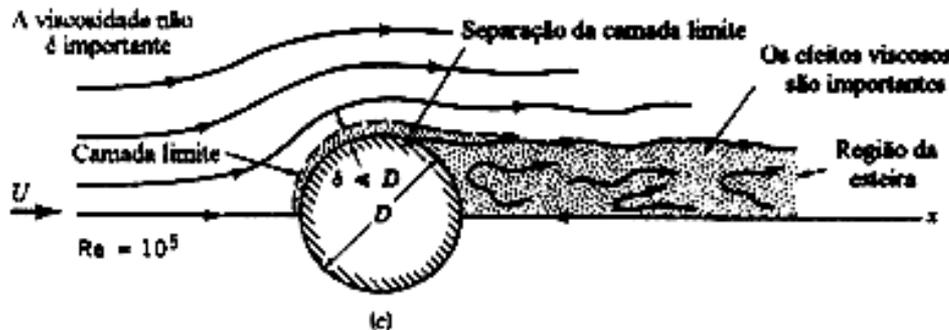
Lei de Stokes para **Esfera**

$$F_D = 3 \pi \mu D V \quad ; \quad A_p = \frac{\pi D^2}{4} \quad \boxed{C_D = \frac{24}{Re}}$$



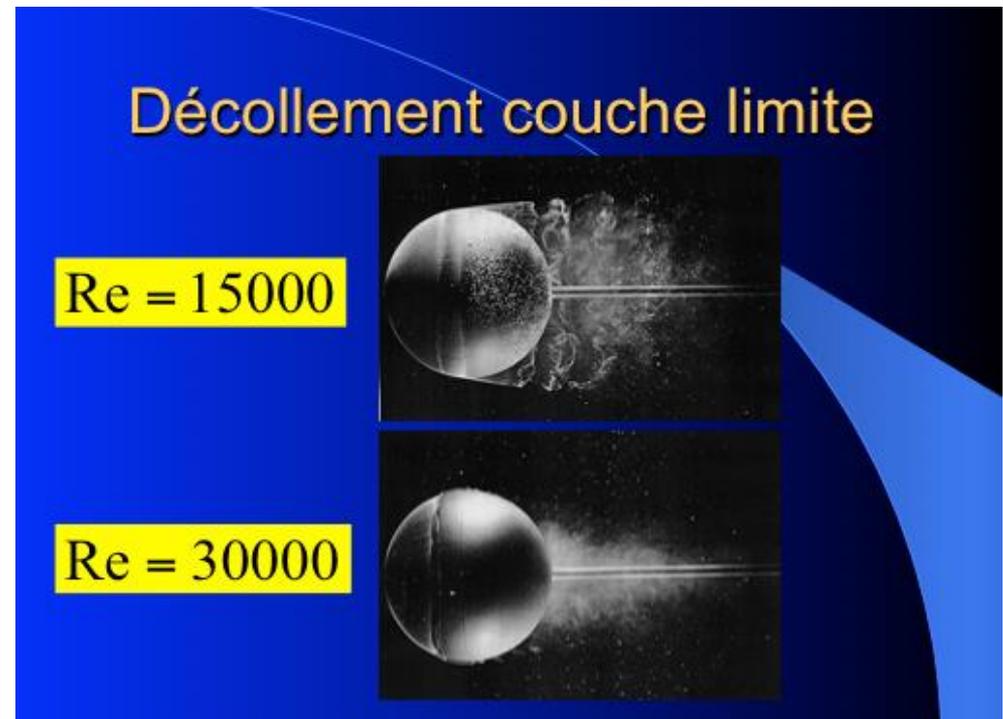
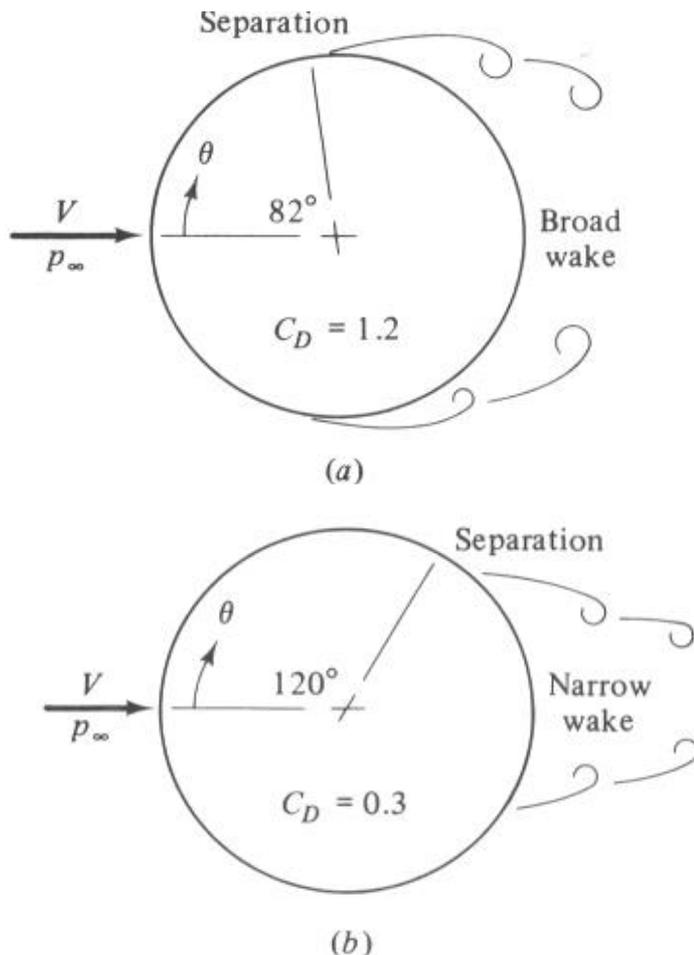
Para **Re** > 10, o arraste de pressão começa a dominar

A medida que o Reynolds cresce, o ponto de separação se move para montante, aumentando o arraste de pressão.

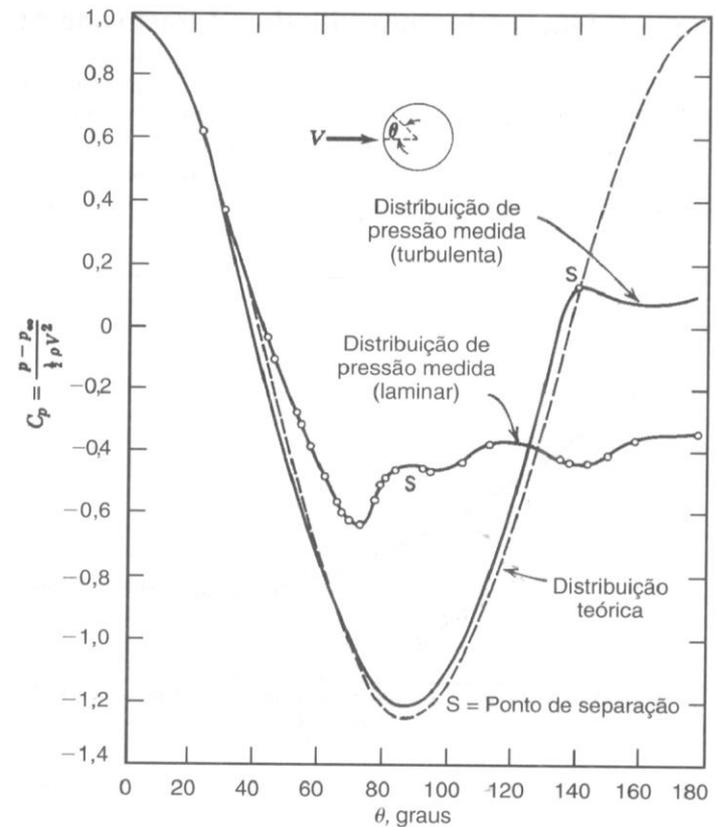


Para  $10^3 < Re < 10^5$ , o coeficiente de arraste  $C_D$  é praticamente independente do no. de Reynolds. O arraste de pressão domina.

Para  $Re < \approx 2 \times 10^5$  o escoamento é laminar, e a separação ocorre na parte frontal da esfera. Aumentando um pouco o número de Reynolds, o regime de escoamento passa para turbulento e o ponto de separação move-se para jusante, reduzindo de forma drástica a contribuição do arraste de pressão, levando a uma queda brusca do coeficiente de arraste  $C_D$ .



A figura ao lado ilustra a distribuição de pressão ao redor da esfera. Se o escoamento for não viscoso, o perfil de pressão é simétrico, com valor mínimo no centro. Devido a combinação atrito viscoso e gradiente de pressão adverso, o escoamento é desacelerado, e finalmente surge o ponto de separação. A pressão então não é recuperada, resultando numa pressão atrás da esfera, bem menor do que na frente, o que leva a um arraste alto. O escoamento turbulento possui mais “momentum”, sendo mais difícil de separar. Conseqüentemente, o ponto de separação ocorre mais para jusante, e parte da pressão é recuperada, resultando em um arraste de pressão menor. Note que apesar do arraste viscoso crescer, como o arraste de pressão é dominante, o arraste total cai.

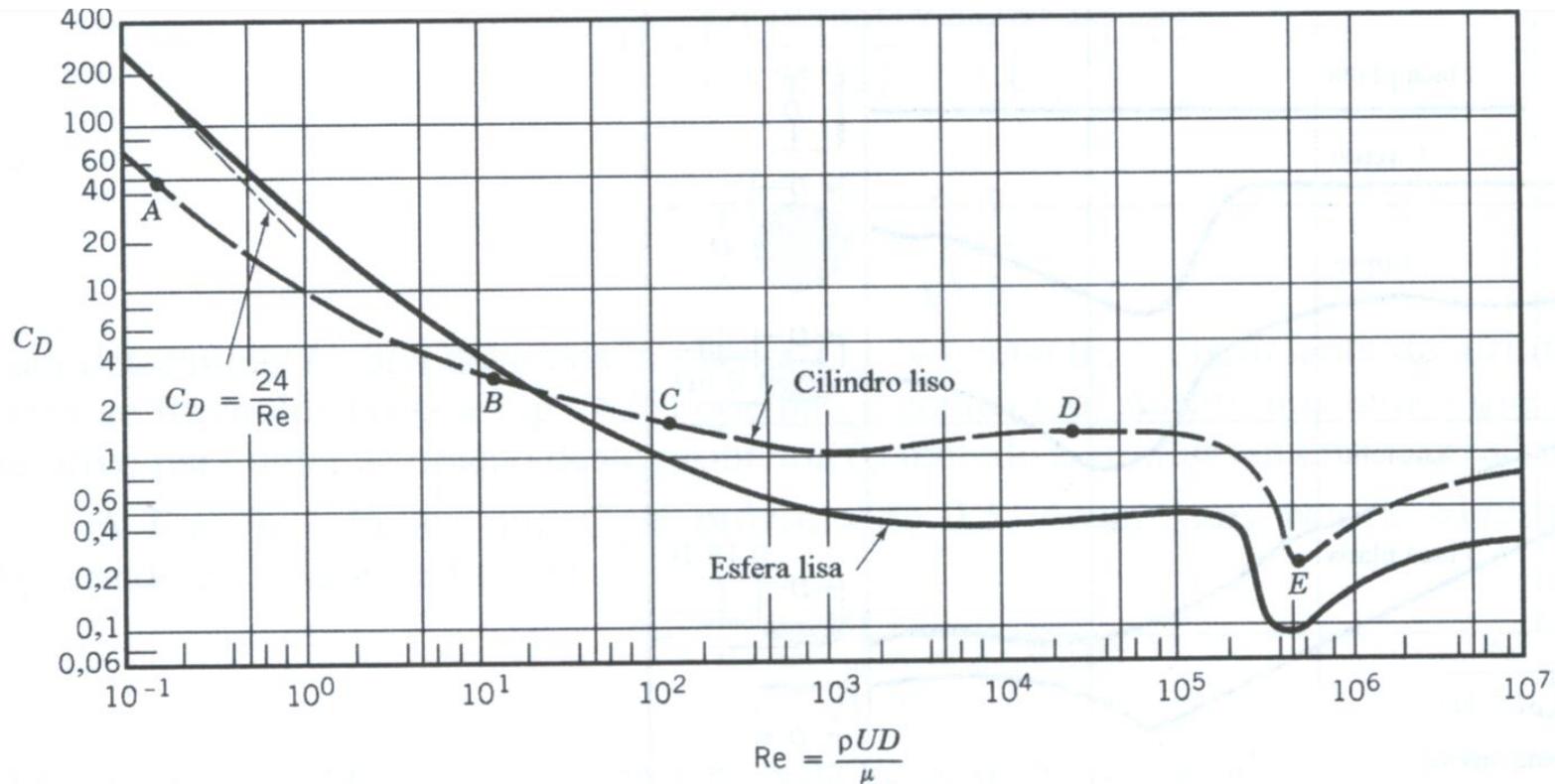


$$C_D = \frac{F_D}{\frac{1}{2} \rho V^2 A_{ref}}$$

O escoamento ao redor de um cilindro é análogo ao escoamento ao redor de uma esfera.

**esfera**  $A_{ref} = \frac{\pi D^2}{4}$

**cilindro**  $A_{ref} = D L$

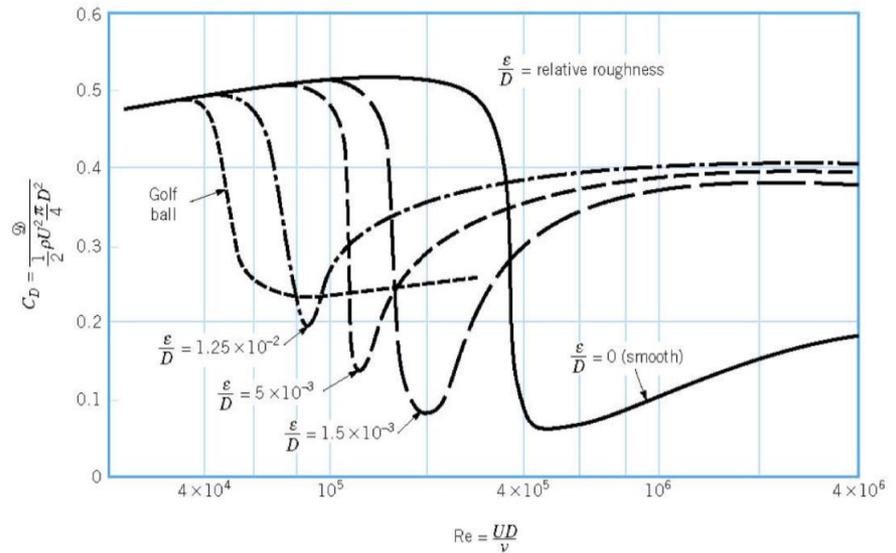
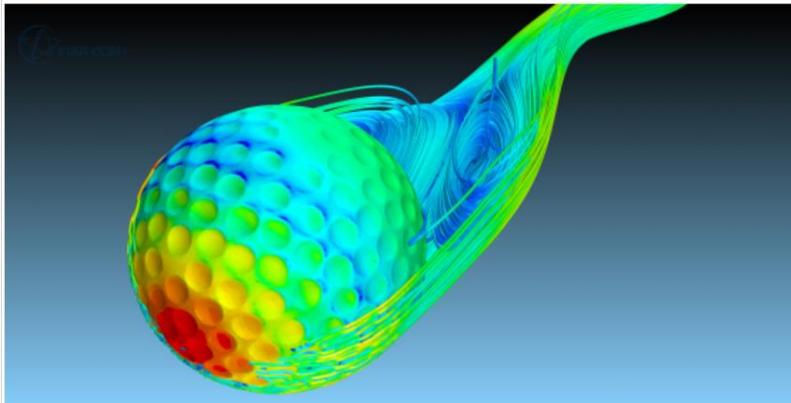


A força de sustentação também é nula para este caso.

Todo escoamento que apresente simetria, com relação ao eixo alinhado com o escoamento, a sustentação é nula.

**Obs:** A rugosidade da superfície pode alterar o valor do número de Reynolds onde ocorre a transição do escoamento laminar para turbulento, reduzindo o coeficiente de arraste: bola de golfe

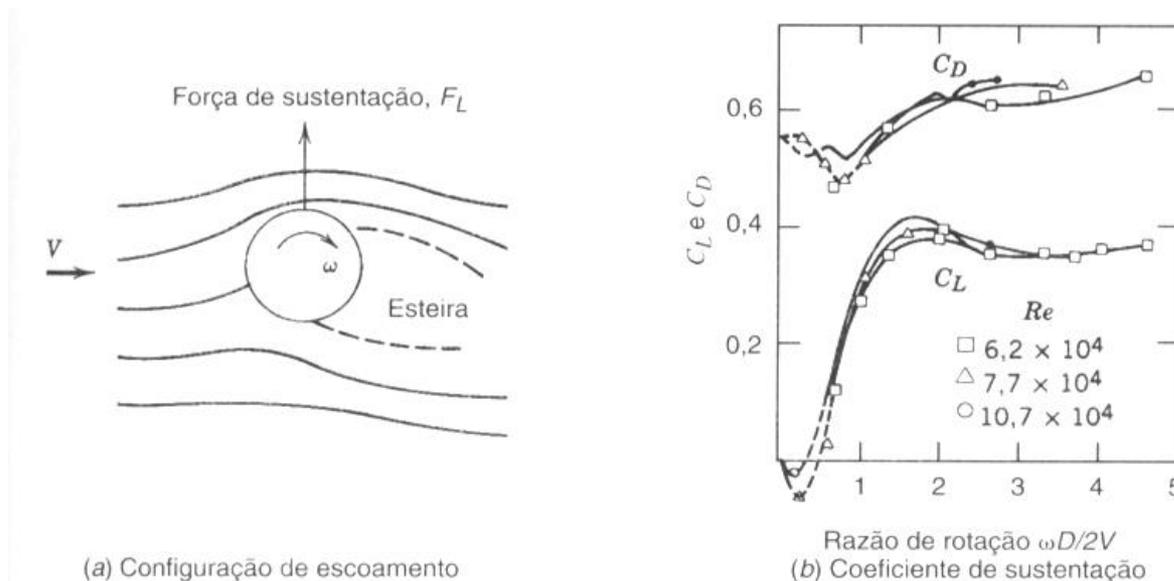
### Aerodynamics of a golf ball



**Obs:** A rugosidade da superfície pode alterar o valor do número de Reynolds onde ocorre a transição do escoamento laminar para turbulento, reduzindo o coeficiente de arraste: bola de golfe

### Efeito Magnus:

Como já visto uma rotação induz um escoamento não simétrico, resultando em uma sustentação que pode ser positiva ou negativa, dependendo a direção relativa do movimento horizontal e da rotação. A figura abaixo, ilustra o coeficiente de arraste e sustentação para este caso. Como era de se espera, para uma determinada faixa de número de Reynolds, como o arraste de pressão domina, o número de Reynolds não influencia no escoamento. Porém, a razão entre a velocidade da corrente livre e velocidade angular influencia fortemente a sustentação e ligeiramente o arraste.



## CD (geometria)



**1920, CD=0,9**



**1997, CD=0,17**



**1950, CD=0,48**  
(próximo de uma esfera)



**CD=1,0**

2 a 4 vezes maior que de um carro moderno.

Razão: nas normas de F1, as rodas devem ficar expostas

Exercício:

1) Qual a potência de um carro com  $C_D=0,28$  e área de referência de  $1,6 \text{ m}^2$ , para vencer a resistência do vento, a uma velocidade de  $108 \text{ km/h}$ ?

$$P_{ot} = F_D V = C_D \frac{1}{2} \rho V^2 A_{ref} V$$

$$P_{ot} = 7\,560 \text{ W} = 10 \text{ HP}$$

2) Após melhorias aerodinâmicas, um F1 possui  $C_D=0,8$ , com área de referência de  $1,45 \text{ m}^2$ . Qual a potência para vencer a resistência do vento, com velocidade de  $250 \text{ km/h}$  e  $300 \text{ km/h}$  (20% maior)?

$$P_{ot}(250\text{km/h}) = 312 \text{ HP}$$

$$P_{ot}(300\text{km/h}) = 542 \text{ HP}$$

(73% maior)



$C_D = 1,1$



$C_D = 0,88$   
 $V_{max} = 60 \text{ km/h}$

Exercício: Calcule a potência necessária para deslocar uma bicicleta à 40 km/h com um vento contra de 10 km/h e um vento a favor de 10 km/h, sabendo que  $C_D=0,88$  e a área é  $0,3 \text{ m}^2$



$C_D = 0,12$   
 $V_{max} = 133 \text{ km/h}$

Les jours de Mistral



$$F_D = C_D \frac{1}{2} \rho V_{rel}^2 A_{ref}$$

$$P_{ot} = F_D V$$

$V_{rel_1} = 50 \text{ km/h}$   
 $V = 40 \text{ km/h}$   
 $F_{D_1} = 30,55 \text{ N}$   
 $P_{ot_1} = F_{D_1} V = 338,88 \text{ W}$

$V_{rel_2} = 30 \text{ km/h}$   
 $V = 40 \text{ km/h}$   
 $F_{D_2} = 11,00 \text{ N}$   
 $P_{ot_2} = F_{D_2} V = 122,20 \text{ W}$

# Escoamento ao Redor de Corpos Aerodinâmicos

*Objetivo:* reduzir o arraste.

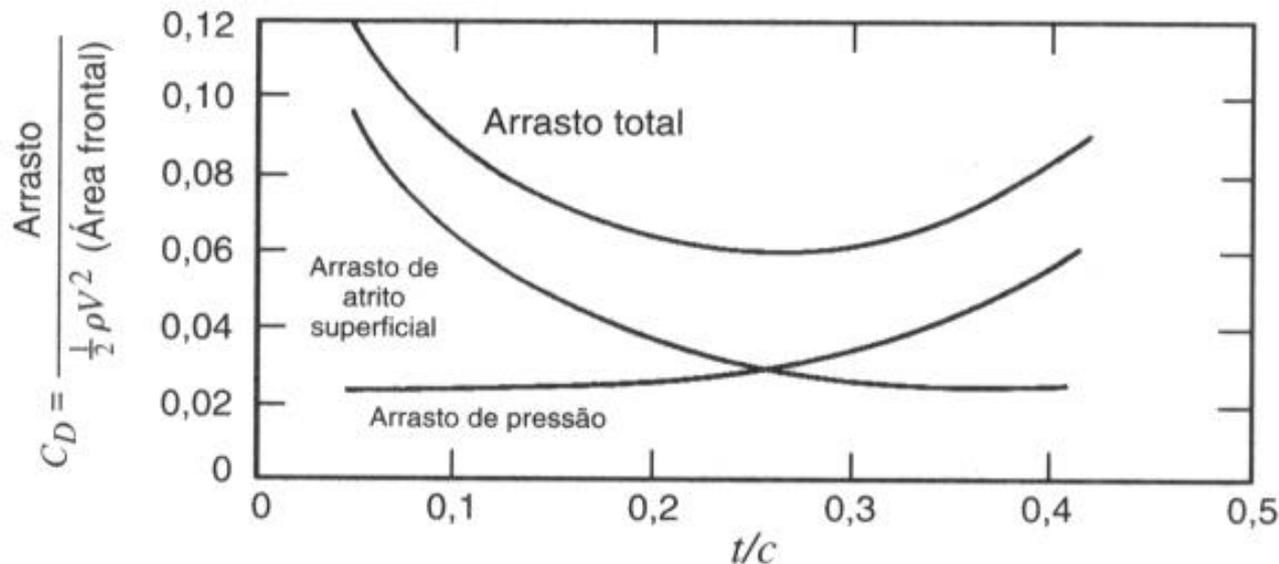
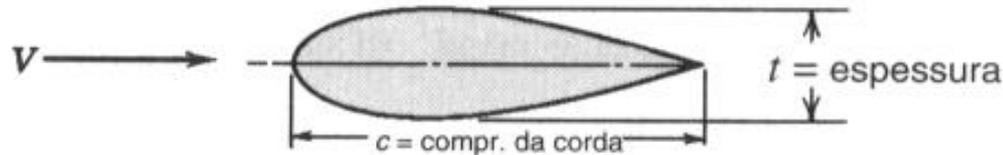
Para uma grande faixa de número de Reynolds, a grande contribuição para o arraste total é devido ao arraste de pressão. A separação do escoamento só ocorre se houve um gradiente de pressão adverso. Vimos que

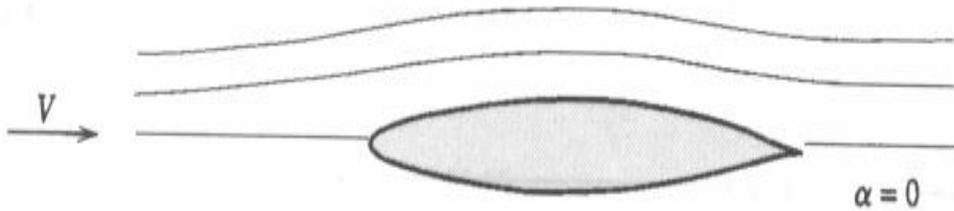
$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho U_{\infty} \frac{d U_{\infty}}{d x}$$

logo o gradiente de pressão depende do valor da velocidade da corrente livre, mas depende também do gradiente de velocidade ao longo da superfície. Uma possível forma de reduzir o gradiente de pressão, é reduzir  $dU_{\infty}/dx$ . Isso pode ser conseguido com perfis aerodinâmicos ou hidrodinâmicos

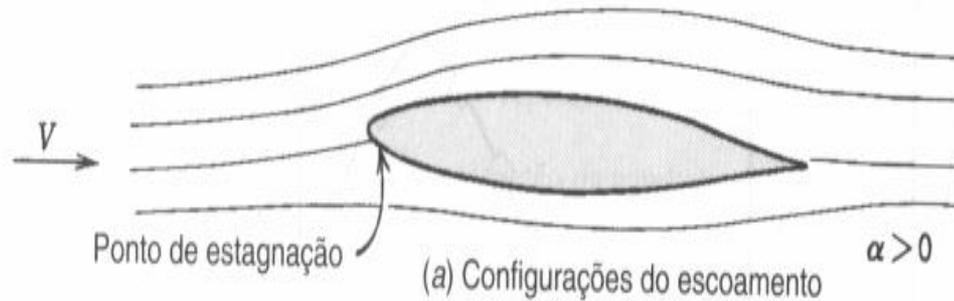
## ■ Escoamento ao Redor de Corpos Aerodinâmicos

O tamanho das regiões de separação atrás dos corpos pode ser reduzida alterando-se a forma dos corpos. O objetivo na mudança de geometria é reduzir o arraste de pressão. No entanto, ao aumentar a área superficial o arraste viscoso cresce. Deve-se procurar o ponto de mínimo

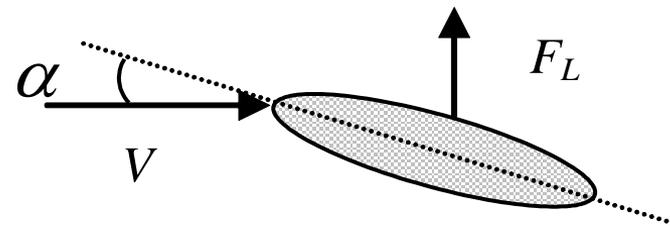
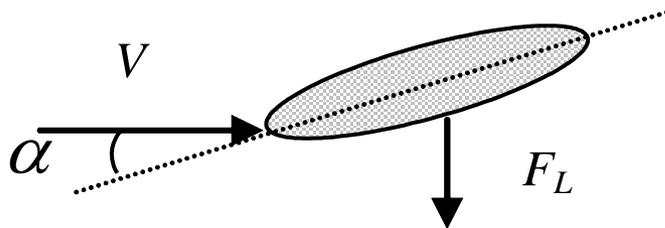




Escoamento simétrico  
 $F_L = 0$

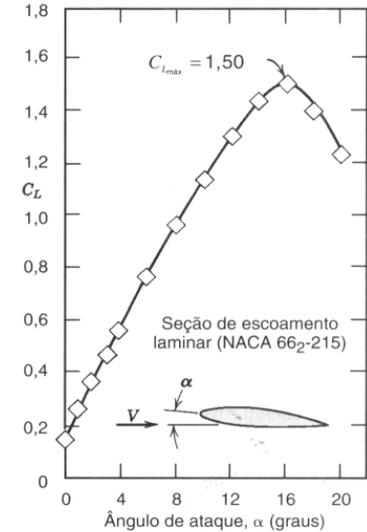
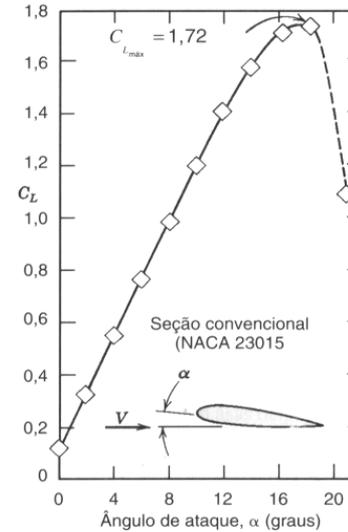
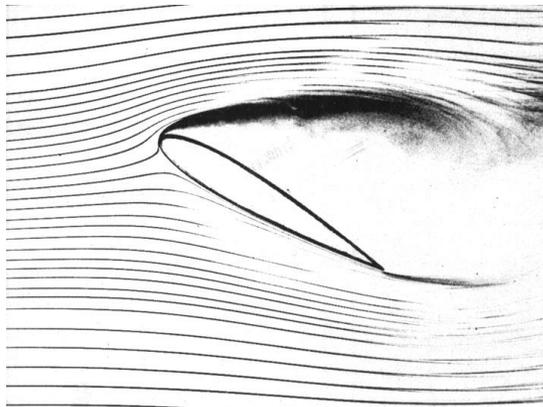


$\alpha$  torna o escoamento  
 assimétrico  $\Rightarrow F_L \neq 0$

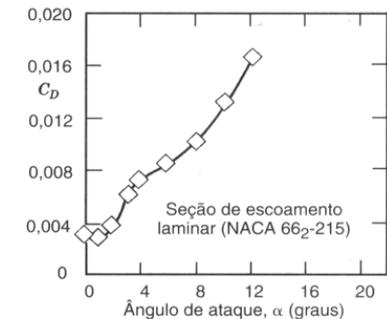
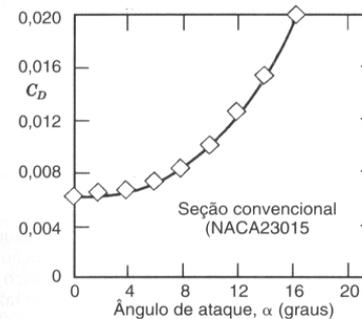


$\alpha = \text{ângulo de ataque}$

As figuras ilustram o coeficiente de arraste e sustentação em função do ângulo de ataque. Para  $\alpha = 0$ , temos  $C_L \neq 0$ , pois o aerofólio é construído com uma assimetria, para garantir uma sustentação mesmo sem ângulo de ataque. A medida que  $\alpha$  a sustentação cresce. Um pequeno aumento pode ser observado para o arraste. Para um ângulo de ataque da ordem de  $15^\circ$ , ocorre uma perda total da sustentação e o coeficiente de arraste explode. Isto ocorre, pois surge uma separação na parte superior do aerofólio, como pode ser visto na figura abaixo. Este fenômeno é chamado de “stall” (estolar)



(a) Coeficiente de sustentação versus ângulo de ataque



(b) Coeficiente de arraste versus ângulo de ataque

Aeronaves podem ser dotadas de aerofólios de baixo arraste para terem desempenho excelente em condições de cruzeiro, resultando em coeficientes de sustentação máxima baixos. Portanto um esforço adicional deve ser feito para obter-se velocidades de aterrissagem baixas. Nas condições de vôo, a sustentação deve sempre igualar o peso da aeronave

$$P_{\text{peso}} = F_L = C_L \frac{1}{2} \rho V^2 A_{\text{ef}}$$

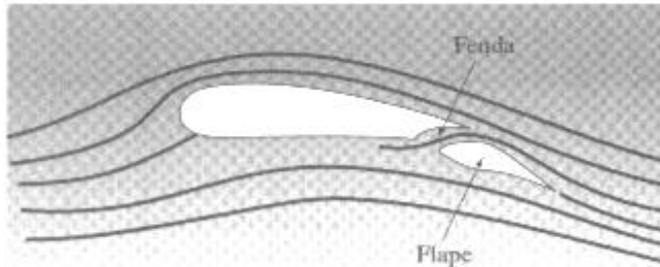
A velocidade mínima pode ser reduzida, aumentando  $C_{L,max}$  ou a área efetiva  $A_{\text{ef}}$ .

$$V_{\text{min}} = \sqrt{\frac{2 P_{\text{peso}}}{\rho C_{L,max} A_{\text{ef}}}}$$

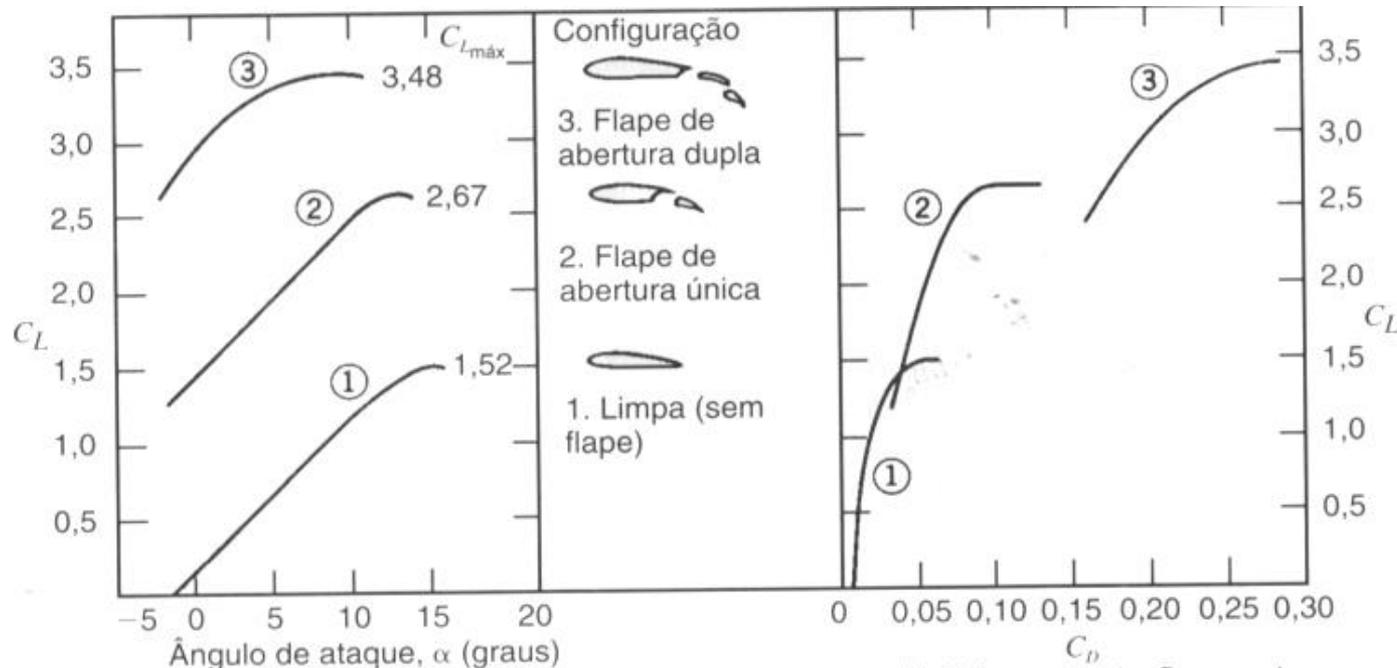
A velocidade mínima de vôo é obtida quando  $C_L = C_{L,max}$ , logo

Duas técnicas são muito utilizadas:

- seções de asa com geometria variável (flaps)



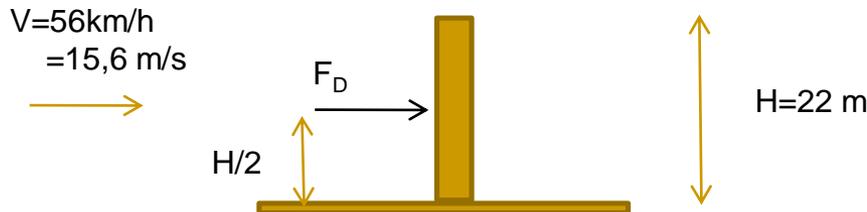
- técnicas de controle da camada-limite: sucção



(a) Coeficiente de sustentação versus ângulo de ataque

(b) Polar sustentação-arrasto

- **Exemplo 1:** Uma chaminé cilíndrica de 1 m de diâmetro e 22 m de altura está exposta a um vento uniforme de 56 km/h nas condições atmosféricas padrão. Estime o momento fletor na base da chaminé devido a força do vento.



Hipóteses:

(1)  $H \gg D$  (desprezar efeitos de extremidade)  $\rightarrow$  cilindro infinito

Ar:  $\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$ ,  $\mu = 1,7 \times 10^{-5} \text{ kg/(ms)}$

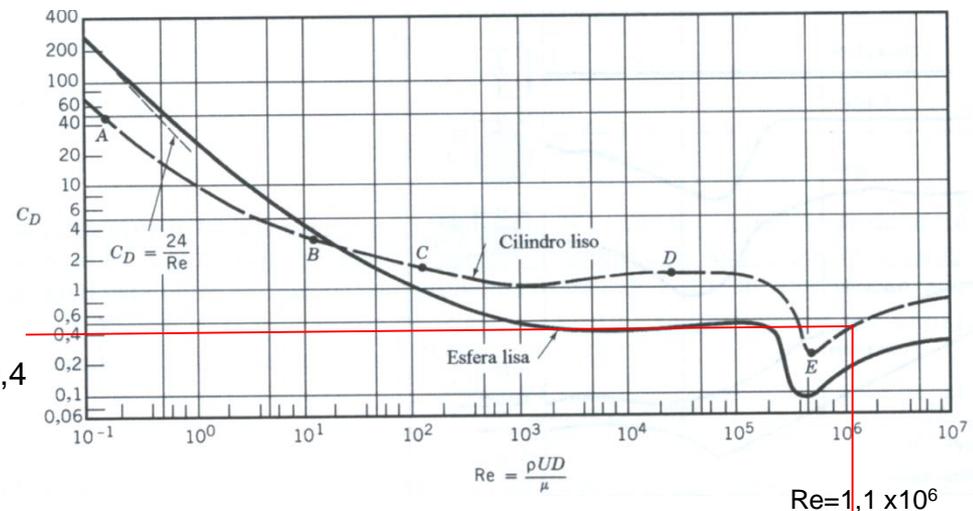
$$M_o = F_D \frac{H}{2} ;$$

$$F_D = C_D \frac{1}{2} \rho V^2 A_p ; A_p = HD$$

$$C_D = C_D(\text{Re}) ; \text{Re} = \frac{\rho V D}{\mu} = 1,1 \times 10^6 \quad C_D = 0,4$$

$$C_D = 0,4$$

$$M_o = C_D \frac{1}{4} \rho V^2 H^2 D = 1,41 \times 10^4 \text{ J}$$



- **Exemplo 2.** Um carro de competição pesando 7000 N atinge uma velocidade de 250 km/h é desacelerado pela força de arraste de um paraquedas com área  $A = 2,5 \text{ m}^2$ . Determine o tempo necessário para que o veículo desacelere para 100 km/h no ar-padrão.

- **Exemplo 3.** Os hidrofólios de uma embarcação de efeito de superfície têm uma área total efetiva de  $0,7 \text{ m}^2$ . Os seus coeficientes de sustentação e arrasto são 1,6 e 0,5 respectivamente. A massa total da embarcação em condição de navegação é de 1800 kg. Determine a velocidade mínima na qual a embarcação é suportada pelos hidrofólios. Nesta velocidade, determine a potência necessária para vencer a resistência da água. Se a embarcação dispuser de um motor de 110KW, estime a sua velocidade mínima.

- **Exemplo 5.** Uma partícula de poeira radioativa é lançada a 10 000 m de altitude. A densidade da partícula é de  $2650 \text{ kg/m}^3$ . Estime o tempo de queda da partícula para as seguintes situações:  
( i ) diâmetro =  $10 \text{ }\mu\text{m}$  ( ii ) diâmetro =  $1 \text{ }\mu\text{m}$

- **Exemplo 6.** Um cata-vento é formado por 2 semi-hemisférios de diâmetro igual a 10 cm, unidos por uma haste de 35 cm. Estime o torque obtido, sabendo que a velocidade do vento é de 25 m/s.

