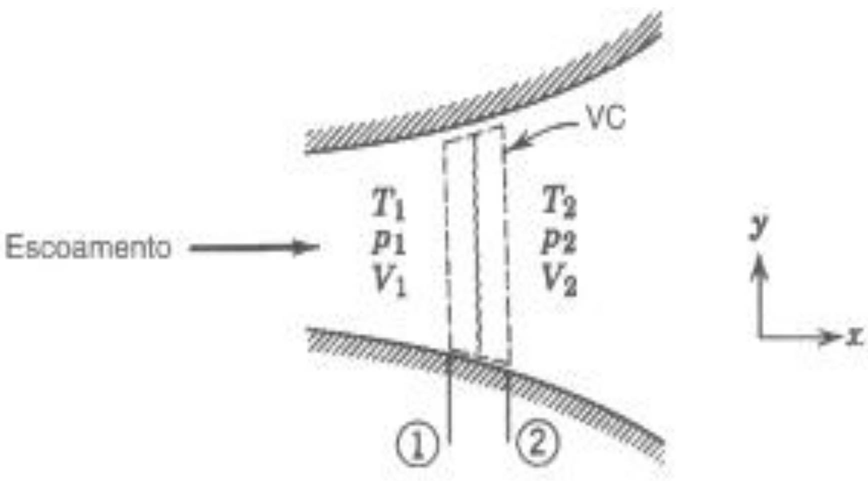
CHOQUE NORMAL

- espessura ≈ 0,2 μm
- grandes variações de pressão e temperatura, etc
- desaceleração local ≈ 10^9 m/s^2
- processo irreversível
- só ocorre no regime supersônico
- após o choque → regime subsônico



- gás ideal
- c_p e c_v constantes
- área superficial desprezível logo área constante $A_1=A_2$
- atrito desprezível
- troca de calor desprezível

- **equações governantes**:

(1) massa: $\rho_1 \; V_1 \; = \; \rho_2 \; V_2 \; = \; \dfrac{\dot{m}}{A}$

(2) quantidade de movimento: $p_1 \; + \; \rho_1 V_1^2 \; = \; p_2 \; + \; \rho_2 V_2^2$

(3) energia: $\left(h_2 \; + \; \dfrac{V_2^2}{2} \right) = \left(h_1 \; + \; \dfrac{V_1^2}{2} \right) \qquad ; \qquad h_{o2} \; = \; h_{o1}$

(4) 2ª lei da termodinâmica: $(s_2 \; - \; s_1) \; > \; 0 \quad ; \quad s_2 - s_1 = c_p \; \ln \dfrac{T_2}{T_1} - R \ln \dfrac{p_2}{p_1}$

(5) equação de estado: $\dfrac{p_1}{\rho_1 \; T_1} \; = \; \dfrac{p_2}{\rho_2 \; T_2}$

(6) equação de estado $h_2 \; - \; h_1 \; = \; c_p \; (T_2 \; - \; T_1)$

Temos 6 equações e 6 incógnitas (ρ_2, V_2, p2, h_2, T_2, s_2). Neste caso, temos um problema DETERMINADO.

FUNÇÕES DO CHOQUE NORMAL

$$h_{o2} = h_{o1} \Rightarrow T_{o2} = T_{o1}$$

$$\frac{T_2/T_o}{T_1/T_o} = \left(\frac{1 + \frac{(k-1)}{2} M_1^2}{1 + \frac{(k-1)}{2} M_2^2} \right)$$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} = \frac{M_2}{M_1} \frac{c_2}{c_1} = \frac{M_2}{M_1} \sqrt{\frac{T_2}{T_1}}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \frac{T_2}{T_1} = \frac{V_1}{V_2} \frac{T_2}{T_1} = \frac{M_1}{M_2} \frac{c_1}{c_2} \frac{T_2}{T_1} = \frac{M_1}{M_2} \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{0,5} \frac{T_2}{T_1} = \frac{M_1}{M_2} \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{0,5}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{M_1}{M_2} \left(\frac{1 + [(k-1)/2] M_1^2}{1 + [(k-1)/2] M_2^2} \right)^{0,5}$$

de (2)

$$p_1 \left[1 + \frac{\rho_1 V_1^2}{p_1} \right] = p_2 \left[1 + \frac{\rho_2 V_2^2}{p_2} \right] \Rightarrow \frac{p_2}{p_1} = \frac{\left[1 + \frac{M_1^2 c_1^2}{R T_1} \right]}{\left[1 + \frac{M_2^2 c_2^2}{R T_2} \right]} \Rightarrow$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{\left[1 + k\, M_1^2 \right]}{\left[1 + k\, M_2^2 \right]}$$

Combinando as duas expressões, pode-se obter M_2 em função de M_1

$$M_2^2 \left(\frac{\frac{2}{k-1} + M_2^2}{(1 + k M_2^2)^2} \right) = \left(\frac{\frac{2}{k-1} + M_1^2}{(1 + k M_1^2)^2} \right) M_1^2$$

Como medida das irreversibilidades do escoamento, é conveniente determinar

$$\frac{p_{o2}}{p_{o1}} = \frac{p_{o2}}{p_2} \frac{p_2}{p_1} \frac{p_1}{p_{o1}} = \left(\frac{1 + [(k-1)/2] M_2^2}{1 + [(k-1)/2] M_1^2} \right)^{\frac{k}{k-1}} \left(\frac{1 + k M_1^2}{1 + k M_2^2} \right)$$

As relações acima só dependem do *k* e *Mach* e são tabeladas para k=1,4 (Tabela E4)

FUNÇÕES DO CHOQUE NORMAL

$$T_{o2} = T_{o1}$$

$$\boxed{M_2 = \sqrt{\frac{M_1^2 \dfrac{(k-1)}{2} + 1}{k\, M_1^2 - \dfrac{(k-1)}{2}}}}$$

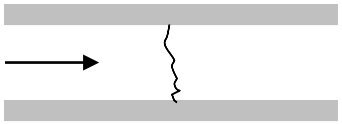
$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{(k+1) M_1^2}{(k-1) M_1^2 + 2}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(1 + \dfrac{(k-1)}{2} M_1^2\right)\left(\dfrac{2\,k}{k-1} M_1^2 - 1\right)}{M_1^2 \left(\dfrac{2\,k}{k-1} + \dfrac{k-1}{2}\right)}$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{2\,k\,M_1^2}{1+k} - \frac{k-1}{k+1}$$

$$\frac{p_{o2}}{p_{o1}} = \left(\frac{\dfrac{(k+1)}{2} M_1^2}{1 + \dfrac{(k-1)}{2} M_1^2}\right)^{\frac{k}{k-1}} \left(\frac{1}{\dfrac{2\,k}{(k+1)} M_1^2 - \dfrac{k-1}{k+1}}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

Exemplo: ar: k=1,4 e R= 287 N m/ (Kg K), c_p= 1004 J/(kg K)



Determine: **(a)** propriedades em (2)= ? ; **(b)**s_2-s_1=?

T_1=278 K

ar

p_1=65 KPa

V_1=668 m/s

$M1= V1/c1 = V1 / (k\ R\ T1)^{0,5} = 668 / (1,4x287x278)^{0,5} = 2,0$

M1= 2,0 → E4 → M2=0,5774 → T2/T1=1,687 → T2=278x1,687=469 K

→ p2/p1=4,500 → p2=65x4,5=293 kPa

→ po2/po1=0,7209

$\rho 2= p2/(RT2) = 293 \times 1000 / (287 \times 469) = 2,18\ kg/m^3$

$\rho 1\ V1 = \rho 2\ V2 \rightarrow V2= \rho 1\ V1 / \rho 2 \quad \rightarrow V2= \rho 1\ V1 / \rho 2=0,815 \times 668/2,18=250\ m/s$

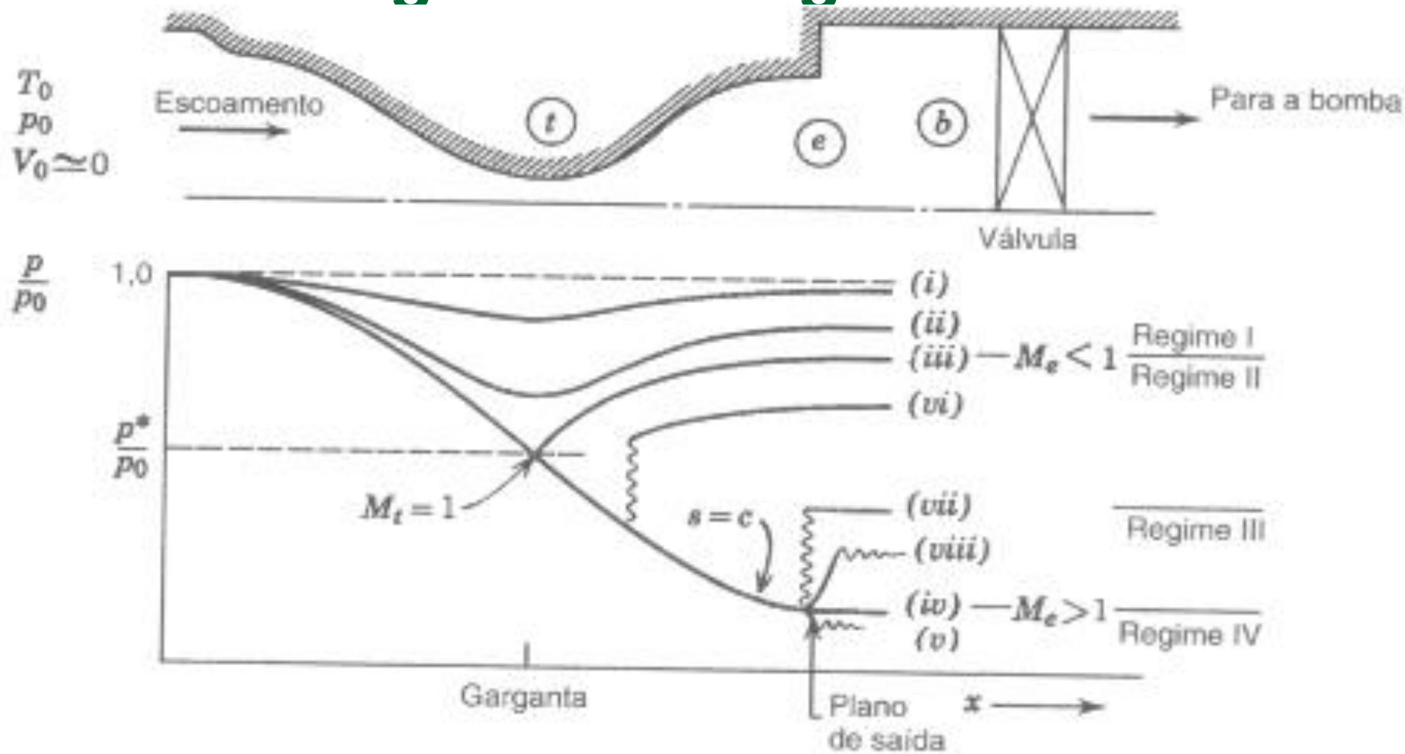
$\rho 1= p1/(RT1) = 65 \times 1000 / (287 \times 278) = 0,815\ kg/m^3$

s2-s1= cp ln (T2/T1) – R ln (p2/p1) = 1004 x ln (1,687)-287x ln(4,5)=93,4 J/(kg K)

ou M1= 2,0 → E4 → p02/p01=0,7209

s2-s1= s02-s01= – R ln (p02/p01) = - 287x ln(0,7209)=93,4 J/(kg K)

Bocal Convergente Divergente



•Escoamento isoentrópico subsônico para $p_b/p_o \geq p_{iii}/p_o$

•$p_b/p_o \leq p_{iii}/p_o \Rightarrow M_g = 1$; vazão máxima atingida

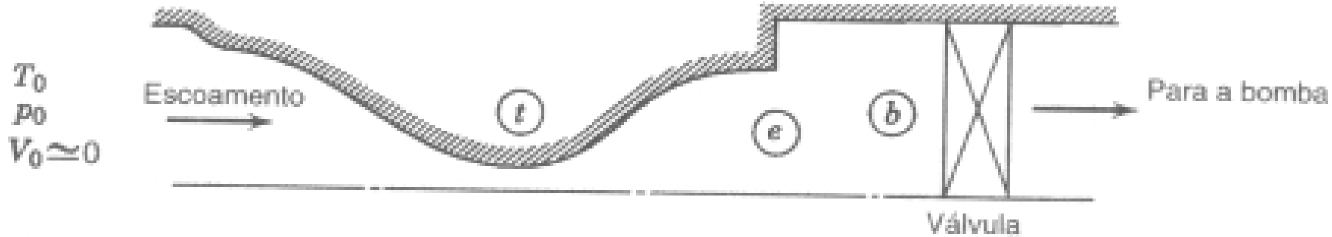
•$p_{iv}/p_o \Rightarrow$ condição de projeto, $M_s>1$, subsônico na seção convergente e supersônico na divergente

•$p_b/p_o \leq p_{iv}/p_o \Rightarrow$ escoamento no bocal igual a condição de projeto, expansão 3-D irreversível na saída, com descontinuidade de pressão $p_s = p_{pr} > p_v$

•$p_{vii}/p_o \leq p_b/p_o \leq p_{iii}/p_o \Rightarrow$ ocorre choque normal na seção divergente

•$p_{iv}/p_o \leq p_b/p_o \leq p_{vii}/p_o \Rightarrow$ ocorre choque 3-D no plano de saída

Exemplo: Considere ar escoando em um bocal convergente-divergente. O escoamento é alimentado por uma câmara plena, onde a pressão é igual a 1 M Pa e a temperatura é 350K. Sabe-se que a área da garganta é igual a $A_g=10^{-3}$ m^2 e a área da saída é $A_s=1{,}21 \times 10^{-3}$ m^2. O ar é descarregado para um ambiente com pressão igual a 700 KPa.
Determine: a) vazão em massa, b) Mach na saída, c) temperatura na saída? d) ocorre choque no bocal? qual a área na seção em que ocorre choque?



Assumir A*=Ag

As/A*=1,21 → E1 (M<1) Msub=0,58 → psub/po=0,7962

→ E1 (M>1) Mpr =1,56 → ppr/po =0,2496

ppr/po =0,2496< pd/po =0,70 < psub/po=0,7962 → ocorre choque

$$\dot{m} = \rho^* \, V^* A^* = \frac{p^*}{R\,T^*} c^* A_g = \frac{p_o(\frac{p^*}{p_o})}{RT_o(T^*/T_o)} \sqrt{k\,RT_o(\frac{T^*}{T_o})}\; A_g$$

$$\dot{m} = \frac{10^6 \times 0{,}528}{287 \times 350 \times 0{,}8333} \sqrt{1{,}4 \times 287 \times 350 \times 0{,}8333} \times 10^{-3} = 2{,}16\; kg/s$$

Verificando se o choque ocorre na saída

Mch1=Mpr=1,56 → E4 → Mch2=0,6809→ po2/po1=0,9097 → po2= 909,7 kPa

E4 → pch2/pch1=2,673 → (pch1=ppr) →pch2=667 kPa

$$\frac{p_{ch2}}{p_{02}} = \frac{667}{909{,}7} = 0{,}733$$

$$\frac{p_d}{p_{02}} = \frac{700}{909{,}7} = 0{,}770 > \frac{p_{ch2}}{p_{02}} = 0{,}733$$ choque ocorre no interior do bocal

Então ps=pd (Ms <1)

$$\dot{m} = \rho_s V_s \; A_s = \frac{p_s}{RT_s} M_s \sqrt{k \; RT_s} \; A_s = \frac{p_s}{\sqrt{RT_s}} M_s \sqrt{k} \; A_s = \frac{p_s}{\sqrt{R \frac{T_s}{T_o} T_o}} M_s \sqrt{k} \; A_s$$

$$\frac{\dot{m}\sqrt{R\,T_o}}{p_s\sqrt{k}\;A_s} = \beta = M_s \sqrt{1 + \frac{k-1}{2} M_s^2} \rightarrow \beta^2 = M_s^2(1 + 0{,}2\;M_s^2)$$

$$\beta = \frac{2{,}16\sqrt{287 \times 350}}{700 \times 10^3\,\sqrt{1{,}4} \times 1{,}21 \times 10^{-3}} = 0{,}683 \;\rightarrow \beta^2 = 0{,}467$$

$$x = M_s^2 \rightarrow \beta^2 = x\,(1 + 0{,}2\;x) \rightarrow 0{,}2\;x^2 + x - \beta^2 = 0$$

$$x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4 \times 0{,}2 \times 0{,}467}}{2 \times 0{,}2} \rightarrow x_1 = 0{,}43 \rightarrow M_s = \sqrt{0{,}43} = 0{,}656$$

$$x_2 = -3{,}43 \rightarrow impossível$$

Ms=0,66 $\rightarrow$ E1 $\rightarrow$ Ts/To2=0,9199 $\rightarrow$ (To1=To2)$\rightarrow$Ts= 0,9199$\times$ 350=322 K

$\rightarrow$ ps/po2=0,7465 $\rightarrow$ po2=700/0,7465=938 kPa

$$\frac{p_{o2}}{p_{01}} = 0{,}938 \rightarrow E4 \rightarrow M_{ch1} = 1{,}48 \rightarrow M_{ch2} = 0{,}7083$$

$$M_{ch1} = 1{,}48 \quad \rightarrow E1 \rightarrow \frac{A_{ch1}}{A_1^*} = \frac{A_{ch1}}{A_g} = 1{,}163 \rightarrow A_{ch1} = 1{,}163 \times 10^{-3}$$

Obs: Se pd= 600 kPa

$$\frac{p_d}{p_{02}} = \frac{600}{909{,}7} = 0{,}660 < \frac{p_{ch2}}{p_{02}} = 0{,}733$$

Choque 3D na saída