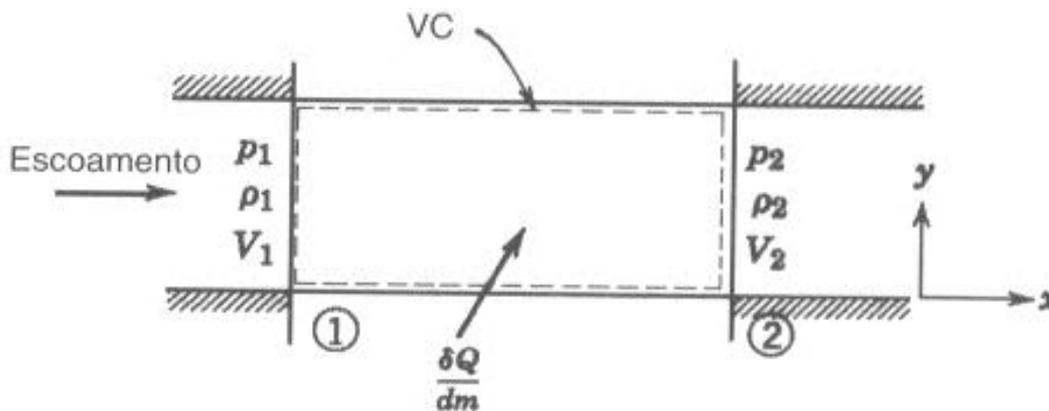


ESCOAMENTO SEM ATRITO COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM DUTO DE ÁREA CONSTANTE.

PROBLEMA DE RAYLEIGH.



- gás ideal
- c_p e c_v constantes
- área constante
- sem atrito
- $\dot{Q} \neq 0$

- equações governantes:

(1) massa: $\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 = \frac{\dot{m}}{A}$

(2) quantidade de movimento: $p_1 A - p_2 A = \dot{m} (V_2 - V_1) \Rightarrow p_1 + \rho_1 V_1^2 = p_2 + \rho_2 V_2^2$

(3) energia: $\dot{Q} = \dot{m} \left[\left(h_2 + \frac{V_2^2}{2} \right) - \left(h_1 + \frac{V_1^2}{2} \right) \right] \rightarrow \frac{\delta Q}{dm} = \left(h_2 + \frac{V_2^2}{2} \right) - \left(h_1 + \frac{V_1^2}{2} \right)$

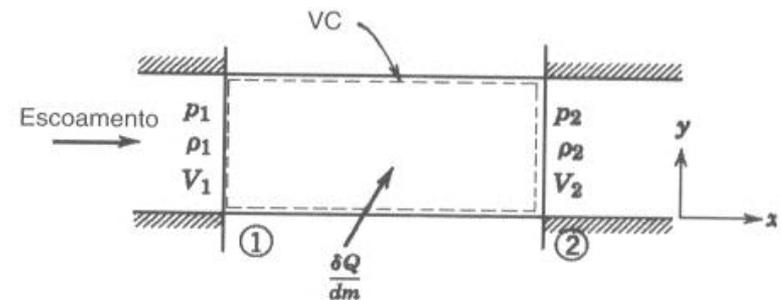
$$\frac{\delta Q}{dm} = h_{o2} - h_{o1}$$

(4) 2ª lei da termodinâmica: $\dot{m} (s_2 - s_1) = \int_{SC} \frac{\dot{Q} / A}{T} dA$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}$$

(5) equação de estado: $\frac{p_1}{\rho_1 T_1} = \frac{p_2}{\rho_2 T_2}$

(6) equação de estado $h_2 - h_1 = c_p (T_2 - T_1)$

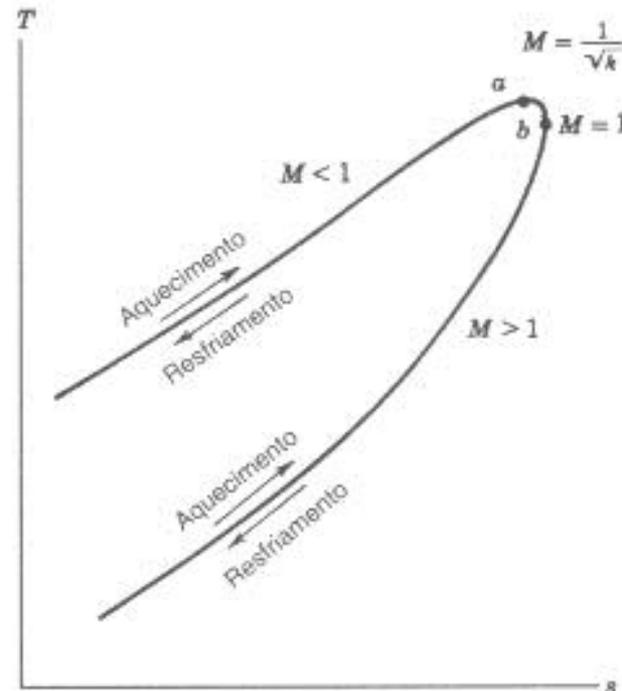


Temos 6 equações, porém temos 7 incógnitas ($\rho_2, V_2, p_2, h_2, T_2, s_2, dQ/dm$).
 Novamente, temos um problema indeterminado a menos que alguma condição em (2) seja conhecida.

□ Conhecendo todas as condições do estado (1), pode-se determinar quais são os possíveis estados (2) que satisfazem as equações acima. A curva temperatura-entropia resultante é chamada de *linha de Rayleigh*.

• A **linha de Rayleigh** pode ser traçada, utilizando-se o seguinte procedimento:

- definir um valor arbitrário de T_2
- combinar as equações (1); (2) e (5) obtendo $\frac{RT}{V} + V = \text{cte}$
- obter V_2 pela equação acima
- obter h_2 utilizando a equação (6)
- obter ρ_2 de (1) e p_2 de (2)
- obter s_2 de (4)
- obter $\delta Q/dm$ de (3)



- ❑ Note que o ponto de entropia máxima corresponde a $M=1$.
- ❑ Como existe troca de calor, a entropia pode crescer ou diminuir. A entropia deve crescer quando calor é fornecido e diminuir quando calor é retirado.
- ❑ Se o escoamento é subsônico na entrada de uma tubulação sem atrito com troca de calor, o Mach irá crescer ao longo da tubulação até o valor máximo de $M=1$ se calor for adicionado. Por outro lado se o fluido for resfriado, o escoamento será desacelerado, com diminuição do Mach
- ❑ Se o escoamento é supersônico na entrada de uma tubulação sem atrito com troca de calor, o Mach irá decrescer ao longo da tubulação até o valor mínimo de $M=1$, se calor for adicionado. Se o fluido for resfriado, o Mach irá crescer.
- ❑ Observa-se que a temperatura máxima corresponde a
- ❑ Note que após , a calor adicionado resulta em aumento do Mach, com redução de temperatura.
- ❑ Assim como no caso do problema de Fanno, para escoamento supersônico na entrada, se for adicionado mais calor do que aquele que resultaria em $M=1$ na saída, ocorrerá um choque. Para escoamento subsônico, o maior Mach possível na saída é 1. Adicionando-se mais calor do que o que resulta em $Mach = 1$ na saída, novo equilíbrio será obtido, com novas condições na entrada.

FUNÇÕES DO ESCOAMENTO DE RAYLEIGH

- condições de referência: condição crítica

$$p + \rho V^2 = p^* + \rho^* V^{*2} \quad p \left[1 + \frac{\rho}{p} V^2 \right] = p^* \left[1 + \frac{\rho^*}{p^*} V^{*2} \right]$$

$$\frac{p}{p^*} = \frac{\left[1 + \frac{V^{*2}}{R T^*} \right]}{\left[1 + \frac{V^2}{R T} \right]} \quad \boxed{\frac{p}{p^*} = \frac{1+k}{1+k M^2}}$$

$$\frac{T}{T^*} = \frac{\rho^*}{\rho} \frac{p}{p^*} \quad \text{mas} \quad \frac{\rho^*}{\rho} = \frac{V}{V^*} = M \sqrt{\frac{T}{T^*}}$$

$$\frac{T}{T^*} = M \sqrt{\frac{T}{T^*}} \frac{p}{p^*} \quad \text{então} \quad \frac{T}{T^*} = M^2 \left(\frac{p}{p^*} \right)^2 \quad \boxed{\frac{T}{T^*} = \left[\frac{M(1+k)}{1+k M^2} \right]^2}$$

$$\boxed{\frac{\rho^*}{\rho} = \frac{V}{V^*} = M^2 \frac{1+k}{1+k M^2}}$$

$$\frac{T_o}{T_o^*} = \frac{T_o / T}{T_o^* / T^*} \frac{T}{T^*} = \frac{\left[1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right]}{\left[\frac{k+1}{2} \right]} \left[\frac{M (k+1)}{1+k M^2} \right]^2$$

$$\frac{p_o}{p_o^*} = \frac{p_o / p}{p_o^* / p^*} \frac{p}{p^*} = \frac{\left[1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right]^{\frac{k}{k-1}}}{\left[\frac{k+1}{2} \right]^{\frac{k}{k-1}}} \left[\frac{k+1}{1+k M^2} \right]$$

- As relações acima só dependem de k e M . Este valores são tabelados em função de M para $k=1,4$ (que corresponde ao ar)
- Para avaliar o calor transferido, vimos que

$$\frac{\delta Q}{dm} = \left(h_2 + \frac{V_2^2}{2} \right) - \left(h_1 + \frac{V_1^2}{2} \right) = h_{o2} - h_{o1}$$

Exemplo: ar: $k=1,4$ e $R= 287 \text{ N m/ (Kg K)}$, $c_p= 1004 \text{ J/(kg K)}$

Determine: **(a)** propriedades em (2) = ? ; **(b)** $s_2-s_1=?$; **(c)** $\dot{Q} =?$



$$C_1 = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot 333} = 365,8 \text{ m/s} \quad \rho_1 = (p_1 / (R T_1)) = 1,41 \text{ kg/m}^3 \quad \dot{m} = \rho_1 V_1 A = 2,4 \text{ kg/s}$$

$$M_1 = V_1 / c_1 = 2 \rightarrow E3 \rightarrow p_1 / p^* = 0,3636 \rightarrow p^* = 371,287 \text{ KPa} \rightarrow \rho^* = p^* / (R T^*) = 2,05 \text{ kg/m}^3$$

$$M_1 = V_1 / c_1 = 2 \rightarrow E3 \rightarrow T_1 / T^* = 0,5289 \rightarrow T^* = 629,6 \text{ K} \rightarrow V^* = c^* = \sqrt{1,4 \cdot 287 \cdot T^*} = 503 \text{ m/s}$$

$$P_2 / p^* = 0,1879 \rightarrow E3 \rightarrow M_2 = 2,9 \rightarrow E3 \rightarrow T_2 / T^* = 0,2969 \rightarrow T_2 = 186,9 \text{ K}$$

$$M_2 = 2,9 \rightarrow E3 \rightarrow V_2 / V^* = 1,58 = \rho^* / \rho_2 \rightarrow \rho_2 = 1,3 \text{ kg/m}^3 \rightarrow V_2 = 795 \text{ m/s}$$

$$\text{Ou } \rho_2 = p_2 / (R T_2) = 2,05 \text{ kg/m}^3 \quad \text{ou } \rho_2 = \rho_1 \cdot V_1 / V_2 = 2,05 \text{ kg/m}^3$$

$$s_2 - s_1 = c_p \ln (T_2 / T_1) - R \ln (p_2 / p_1) = -390,4 \text{ J/(kg K)}$$

$$\dot{Q} = \dot{m} [(h_2 + v_2^2 / 2) - (h_1 + v_1^2 / 2)] = \dot{m} [c_p (T_2 - T_1) + (V_2^2 / 2) - (V_1^2 / 2)] = - 237 \text{ kW}$$

$$\text{Ou } M_1 = 2 \rightarrow E1 \rightarrow T_1 / T_{o1} = 0,5556 \rightarrow T_{o1} = 599,4 \text{ K} ; M_2 = 2,9 \rightarrow E1 \rightarrow T_2 / T_{o2} = 0,3729 \rightarrow T_{o2} = 501,3 \text{ K}$$

$$\dot{Q} = \dot{m} [(h_{o2} - h_{o1})] = \dot{m} [c_p (T_{o2} - T_{o1})] = - 237 \text{ kW}$$

Exercício: Ar escoia ao longo de um duto de área constante, com diâmetro igual a $D=5$ cm, com vazão em massa igual a $\dot{m}=3,2$ kg/s. Na entrada a temperatura é 300 K e a pressão 150 KPa. O duto é aquecido com um fluxo de calor igual a $\dot{Q}=572$ KW. Assumindo que o escoamento é sem atrito, determine o número de Mach, temperatura e velocidade na saída.