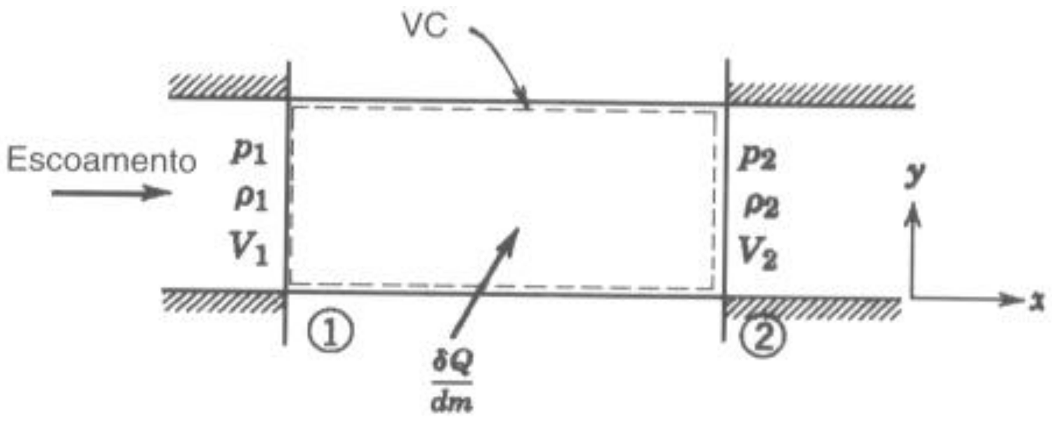
ESCOAMENTO SEM ATRITO COM TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM DUTO DE ÁREA CONSTANTE.

PROBLEMA DE RAYLEIGH.



- gás ideal
- c_p e c_v constantes
- área constante
- sem atrito
- $\dot{Q} \neq 0$

- **equações governantes**:

(1) massa: $\rho_1 \; V_1 = \rho_2 \; V_2 = \dfrac{\dot{m}}{A}$

(2) quantidade de movimento: $p_1 A - p_2 A = \dot{m} \; (V_2 - V_1) \Rightarrow p_1 + \rho_1 V_1^2 = p_2 + \rho_2 V_2^2$

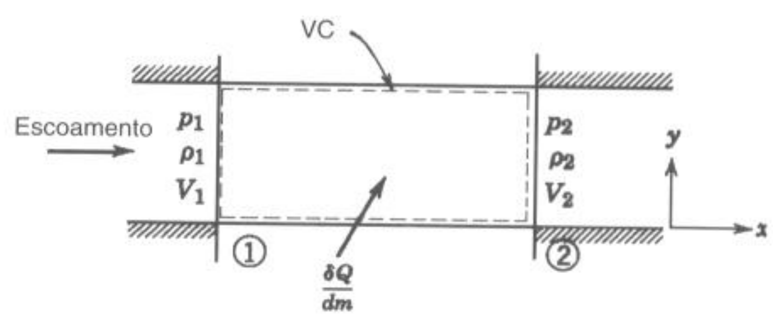
(3) energia: $\dot{Q} = \dot{m} \left[\left(h_2 + \dfrac{V_2^2}{2} \right) - \left(h_1 + \dfrac{V_1^2}{2} \right) \right] \rightarrow \dfrac{\delta Q}{dm} = \left(h_2 + \dfrac{V_2^2}{2} \right) - \left(h_1 + \dfrac{V_1^2}{2} \right)$

$$\frac{\delta Q}{dm} = h_{o2} - h_{o1}$$

(4) 2ª lei da termodinâmica: $\dot{m} \; (s_2 - s_1) = \int_{SC} \dfrac{\dot{Q} \; / \; A}{T} \; dA$

$$s_2 - s_1 = c_p \; \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}$$

(5) equação de estado: $\dfrac{p_1}{\rho_1 \; T_1} = \dfrac{p_2}{\rho_2 \; T_2}$



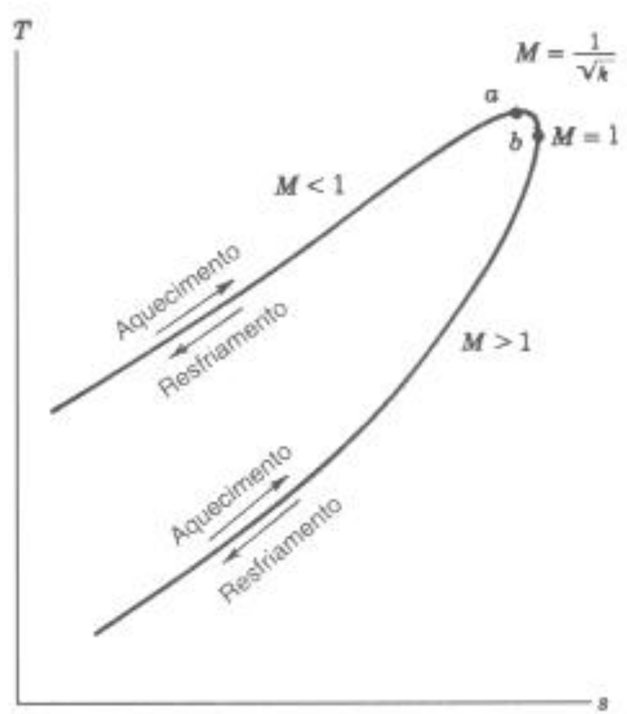
(6) equação de estado $h_2 - h_1 = c_p \; (T_2 - T_1)$

Temos 6 equações, porém temos 7 incógnitas (ρ_2, V_2, p2, h_2, T_2, s_2, dQ/dm). Novamente, temos um problema indeterminado a menos que alguma condição em (2) seja conhecida.

❑Conhecendo todas as condições do estado (1), pode-se determinar quais são os possíveis estados (2) que satisfazem as equações acima. A curva temperatura-entropia resultante é chamada de *linha de Rayleigh*.

- A **linha de Rayleigh** pode ser traçada, utilizando-se o seguinte procedimento:

  - definir um valor arbitrário de T_2
  - combinar as equações (1); (2) e (5) obtendo $\dfrac{RT}{V} + V = \text{cte}$
  - obter V_2 pela equação acima
  - obter h_2 utilizando a equação (6)
  - obter ρ_2 de (1) e p_2 de (2)
  - obter s_2 de (4)
  - obter $\delta Q/dm$ de (3)



- Note que o ponto de entropia máxima corresponde a M=1.
- Como existe troca de calor, a entropia pode crescer ou diminuir. A entropia deve crescer quando calor é fornecido e diminuir quando calor é retirado.
- Se o escoamento é subsônico na entrada de uma tubulação sem atrito com troca de calor, o Mach irá crescer ao longo da tubulação até o valor máximo de M=1 se calor for adicionado. Por outro lado se o fluido for resfriado, o escoamento será desacelerado, com diminuição do Mach
- Se o escoamento é supersônico na entrada de uma tubulação sem atrito com troca de calor, o Mach irá decrescer ao longo da tubulação até o valor mínimo de M=1, se calor for adicionado. Se o fluido for resfriado, o Mach irá crescer.
- Observa-se que a temperatura máxima corresponde a
- Note que após , a calor adicionado resulta em aumento do Mach, com redução de temperatura.
- Assim como no caso do problema de Fanno, para escoamento supersônico na entrada, se for adicionado mais calor do que aquele que resultaria em M=1 na saída, ocorrerá um choque. Para escoamento subsônico, o maior Mach possível na saída é 1. Adicionando-se mais calor do que o que resulta em Mach = 1 na saída, novo equilíbrio será obtido, com novas condições na entrada.

FUNÇÕES DO ESCOAMENTO DE RAYLEIGH

- condições de referência: condição crítica

$$p + \rho\, V^2 = p^* + \rho^* V^{*2} \qquad p\left[1 + \frac{\rho}{p}\, V^2\right] = p^*\left[1 + \frac{\rho^*}{p^*}\, V^{*2}\right]$$

$$\frac{p}{p^*} = \frac{\left[1 + \dfrac{V^{*2}}{R\, T^*}\right]}{\left[1 + \dfrac{V^2}{R\, T}\right]} \qquad \boxed{\frac{p}{p^*} = \frac{1+k}{1+k\, M^2}}$$

$$\frac{T}{T^*} = \frac{\rho^*}{\rho}\,\frac{p}{p^*} \qquad \text{mas} \qquad \frac{\rho^*}{\rho} = \frac{V}{V^*} = M\sqrt{\frac{T}{T^*}}$$

$$\frac{T}{T^*} = M\sqrt{\frac{T}{T^*}}\,\frac{p}{p^*} \qquad \text{então} \qquad \frac{T}{T^*} = M^2\left(\frac{p}{p^*}\right)^2 \qquad \boxed{\frac{T}{T^*} = \left[\frac{M\,(1+k)}{1+k\, M^2}\right]^2}$$

$$\boxed{\frac{\rho^*}{\rho} = \frac{V}{V^*} = M^2\,\frac{1+k}{1+k\, M^2}}$$

$$\frac{T_o}{T_o^*} = \frac{T_o \,/\, T}{T_o^* \,/\, T^*}\,\frac{T}{T^*} = \frac{\left[1+\frac{k-1}{2}M^2\right]}{\left[\frac{k+1}{2}\right]}\left[\frac{M\,(k+1)}{1+k\,M^2}\right]^2$$

$$\frac{p_o}{p_o^*} = \frac{p_o \,/\, p}{p_o^* \,/\, p^*}\,\frac{p}{p^*} = \frac{\left[1+\frac{k-1}{2}M^2\right]^{\frac{k}{k-1}}}{\left[\frac{k+1}{2}\right]^{\frac{k}{k-1}}}\left[\frac{k+1}{1+k\,M^2}\right]$$

- As relações acima só dependem de k e M. Este valores são tabelados em função de M para $k=1,4$ (que corresponde ao ar)
- Para avaliar o calor transferido, vimos que

$$\frac{\delta Q}{dm} = \left(h_2 + \frac{V_2^2}{2}\right) - \left(h_1 + \frac{V_1^2}{2}\right) = h_{o2} - h_{o1}$$

Exemplo: ar: k=1,4 e R= 287 N m/ (Kg K), c_p= 1004 J/(kg K)

Determine: **(a)** propriedades em (2)= ? ; **(b)**s_2-s_1=? ; **(c)** $\dot{Q}$ =?

C_1= sqrt(1,4*287*333)=365.8 m/s ρ1=(p1/(RT1)=1.41 kg/m3 m_dot*=ρ1 V1 A=2.4 kg/s

M_1=V1/c1=2 → E3 → p1/p*=0.3636 → p*=371.287 KPa → ρ*=p*/(RT*)=2.05 kg/m3

M_1=V1/c1=2 → E3 → T1/T*=0.5289 → T*=629.6 K → V*=c*=sqrt(1.4*287*T*)= 503 m/s

P_2/p*=0,1879 → E3 → M2=2.9 → E3→ T2/T*=0.2969 → T2= 186.9K

M2=2.9 → E3 → V2/V*=1.58=ρ*/ρ2 → ρ2 = 1.3 kg/m3 → V2= 795 m/s

Ou ρ2=p2/(RT2)=2.05 kg/m3 ou ρ2=ρ1*V1/V2=2.05 kg/m3

s2-s1=cp ln (T2/T1)-R ln (p2/p1)=-390.4 J/(kg K)

Q_dot=m_dot*[(h2+v2^2/2)-(h1+v1^2/2)]=m_dot*[cp (T2-T1)+(V2^2/2) –V1^2/2)] = - 237 kW

Ou M_1=2 → E1 → T1/To1=0.5556 → To1=599.4K ; M_2=2.9 → E1 → T2/To2=0.3729 → To2=501.3K

Q_dot=m_dot*[(ho2-ho1)]=m_dot*[cp (To2-To1)] = - 237 kW

Exercício: Ar escoa ao longo de um duto de área constante, com diâmetro igual a D=5 cm, com vazão em massa igual a =3,2 kg/s. Na entrada a temperatura é 300 K e a pressão 150 KPa. O duto é aquecido com um fluxo de calor igual a $\dot{Q}$ =572 KW. Assumindo que o escoamento é sem atrito, determine o número de Mach, temperatura e velocidade na saída.