Pontifícia Universidade Católica
do Rio de Janeiro

Mecânica dos Fluidos II
2020-1

Departamento de Engenharia Mecânica

Angela Ourivio Nieckele
sala 163- L – ramal 1182 – e-mail: nieckele@puc-rio.br

http://mecflu2.usuarios.rdc.puc-rio.br/MecFluII_Eng1707.html

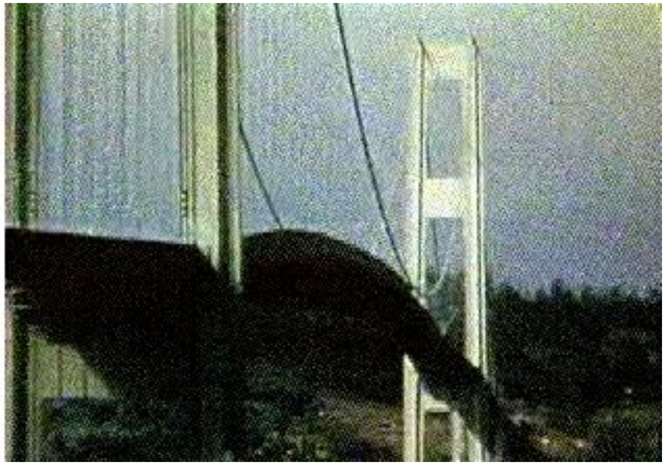
Aplicações

- Previsões metereológicas:

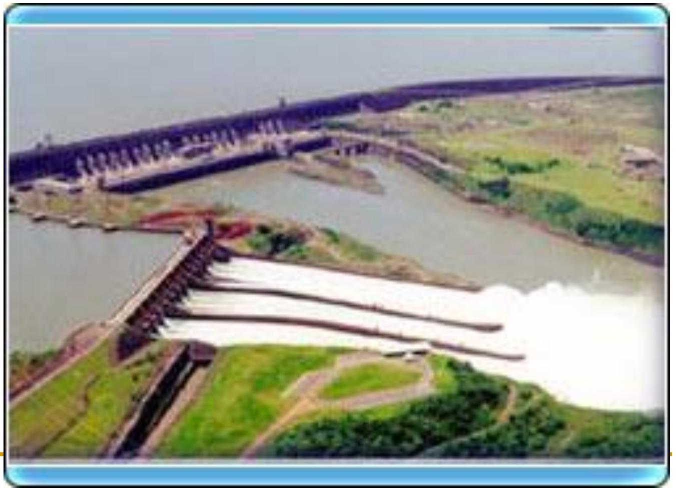
Furacão

Tornado

- Estruturas e prédios

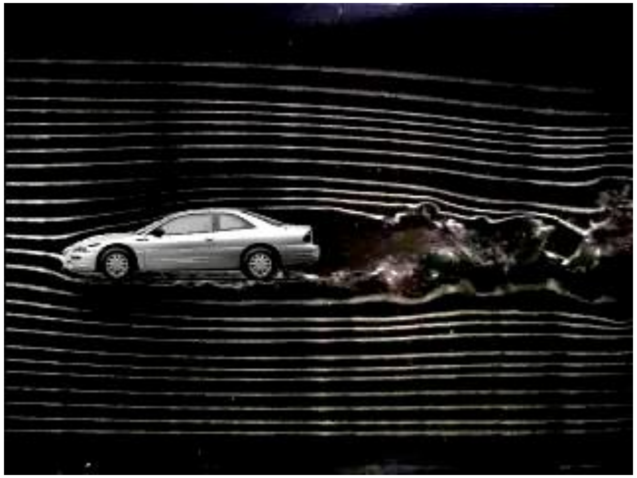


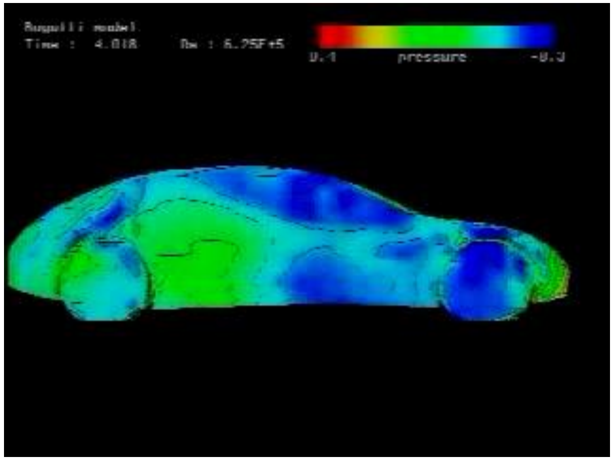
- Geração de eletricidade (barragens)



Aplicações

Carros

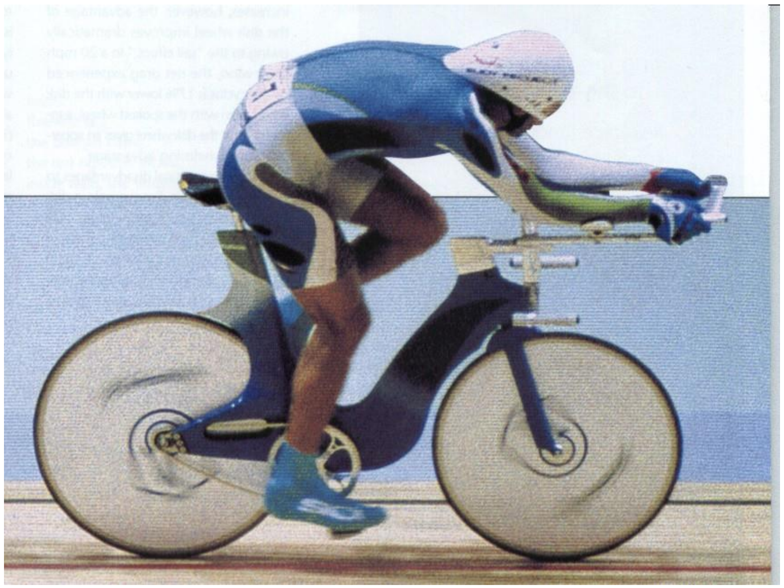


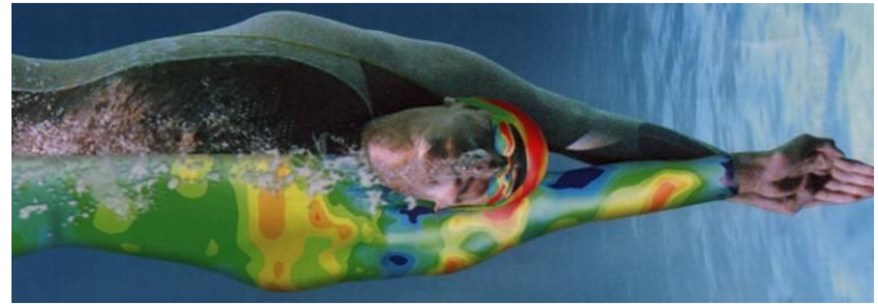


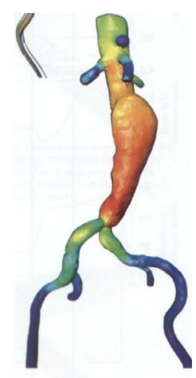
Aviões

Barcos

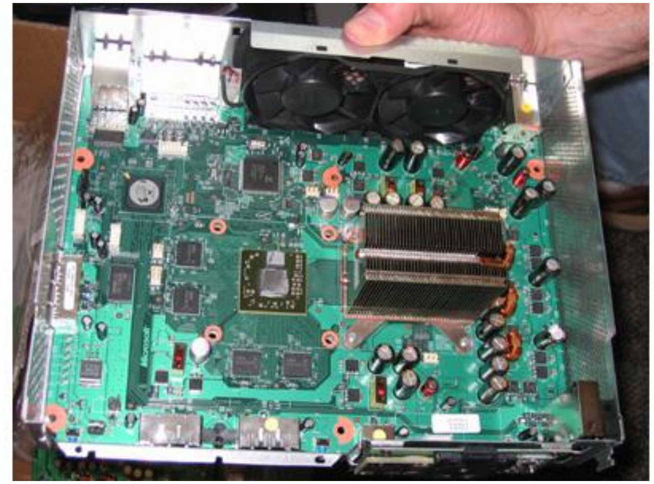
- Esportes:







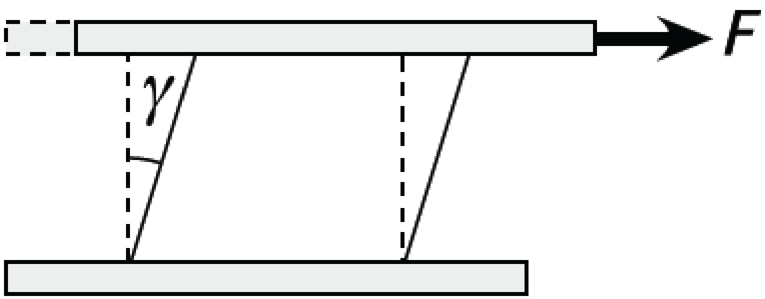
- Resfriamento de componentes eletrônicos:

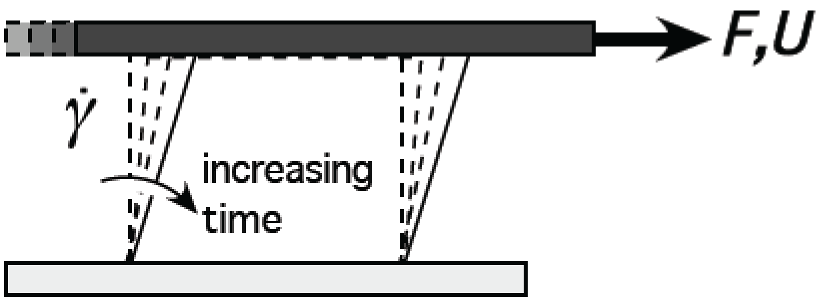


- Poluição (atmosférica/hídrica)

O que é um Fluido? É um material em um estado tal que se deforma continuamente quando sujeito a ação de cargas anisotrópicas (tensões cisalhantes), por menor que seja a carga.

Sólidos $\rightarrow$ oferecem resistência a deformação. Apresentam deformação finita quando submetidos a esforços cisalhantes





Sólido: equilíbrio estático

Líquido: equilíbrio dinâmico

γ = deformação

$\dot{\gamma}$ = taxa de deformação

Tensão cisalhante: $\tau = F/A = G\,\gamma$

G = módulo de elasticidade

Fluidos Newtonianos:

Lei de Newton: $\tau = \mu\,\dot{\gamma} = \mu\, du/dy$

μ = viscosidade (propriedade do fluido)

Mecânica dos Fluidos utiliza experiências juntamente com técnicas analíticas e computacionais na resolução dos problemas. Resolver um problema normalmente implica na determinação de campos de velocidade. Daí obtém-se campos de pressão, forças, etc.

- Experimentos são normalmente caros e demorados. Por esta razão devem ser minimizados usando-se, sempre que possível, soluções analíticas ou computacionais.

- Soluções analíticas nem sempre são possíveis. Daí a necessidade de simplificações. É necessário ter um “bom senso educado” para cortar termos, fazer hipótese, etc.

- Complicador:
  - turbulência
  - escoamento multifásico
  - reologia

Propriedades dos Fluidos

- Matéria é formada por moléculas em movimento, colidindo. As propriedades de matérias estão relacionadas com o comportamento molecular

- **Pressão (P)**: resultante da colisão das moléculas com as paredes do recipiente

$$P \equiv \frac{\text{Força}}{\text{área}} \quad \left(\frac{N}{m^2} = Pa \right)$$

- **Densidade (ρ)**: relaciona-se com a ocupação da matéria

$$\rho = \frac{m}{\forall} \quad \left(\frac{kg}{m^3} \right)$$

- **Volume específico (ν)**: relaciona-se com a ocupação da matéria

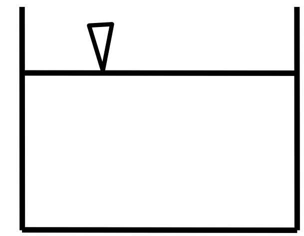
$$\nu = \frac{\forall}{m} = \frac{1}{\rho} \quad \left(\frac{m^3}{kg} \right)$$

- **Densidade relativa (d):** razão entre a densidade da substância e a densidade da água (adimensional)

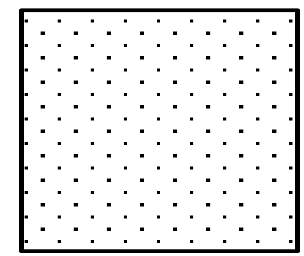
$$d = \frac{\rho}{\rho_{H2O}}$$

Fluidos

- *Líquidos:* força coesiva entre moléculas é forte.
  Possui superfície livre



- *Gases*: força coesiva entre moléculas é fraca.
  Ocupa todo recipiente.



- **Temperatura (T):** é uma medida da energia cinética das moléculas. Medida relativa T (ºC, ºF) ou absoluta T (K, R)
  - Igualdade de temperatura $\rightarrow$ equilíbrio térmico

- **Viscosidade absoluta(μ):** razão entre a tensão cisalhante(τ) e a taxa de deformação ($\dot{\gamma}$)

$$\mu = \frac{\tau}{\dot{\gamma}}$$

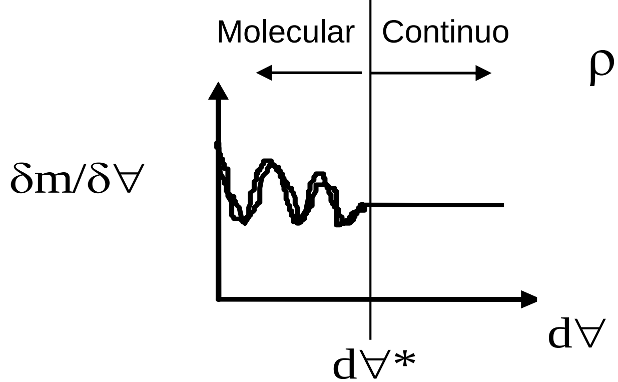
- **Viscosidade cinemática (υ)**

$$\upsilon = \frac{\mu}{\rho}$$

- Para entender o comportamento da matéria seria necessário considerar cada molécula, conhecendo a história de cada uma, velocidade, aceleração e modos de iteração. Isto é inviável sem um tratamento estatístico, devido ao elevado número de moléculas.

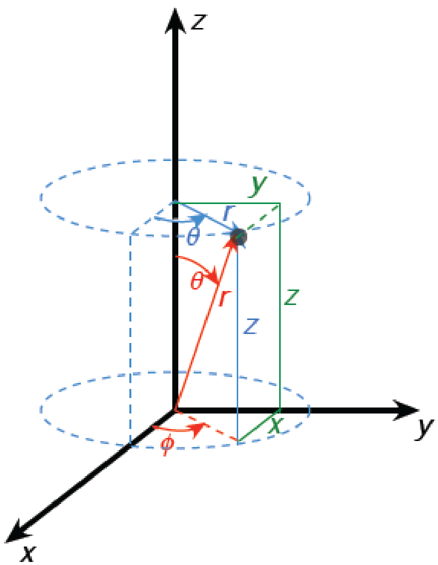
- Na maioria das aplicações da engenharia, desejamos estudar uma quantidade de volume de fluido contendo um grande número de moléculas $\rightarrow$ hipótese do contínuo: admite-se que os fluidos são meios contínuos, esquecendo-se da sua estrutura molecular.

- Para demonstrar o conceito do contínuo, considere a propriedade densidade:
  - ex: densidade:



$$\rho(x,y,z,t) = \lim_{d\forall \rightarrow d\forall^*} \delta m/\delta\forall$$

- A hipótese do **contínuo** falha quando as dimensões envolvidas forem da ordem do caminho médio livre entre colisões moleculares:
  - Distância média entre colisões de moléculas do ar nas CNTP:
    - 1, 6 x 10^{-5} cm
  - ex. arraste em satélites. A Teoria cinética dos gases trata desta área.
- Conceito do contínuo está associado com o conceito de campo, i.e., todas as grandezas são definidas no espaço e no tempo: Ex: $V(\boldsymbol{r},t)$; $P(\boldsymbol{r},t)$; etc.
  - O vetor posição ***r*** pode ser escrito em diferentes sistemas de coordenadas:
    - Cartesiano: $\mathbf{r} = \vec{r} = x\,\vec{e}_x + y\,\vec{e}_y + z\,\vec{e}_z$
    - Cilíndrico: $\mathbf{r} = \vec{r} = r\,\vec{e}_r(\theta) + z\,\vec{e}_z$
    - Esférico: $\mathbf{r} = \vec{r} = r\,\vec{e}_r(\theta,\phi)$
  - Não importa qual a partícula que está no ponto em um determinado instante de tempo, mas sim em que condições a partícula que passar pelo ponto naquele instante possui.



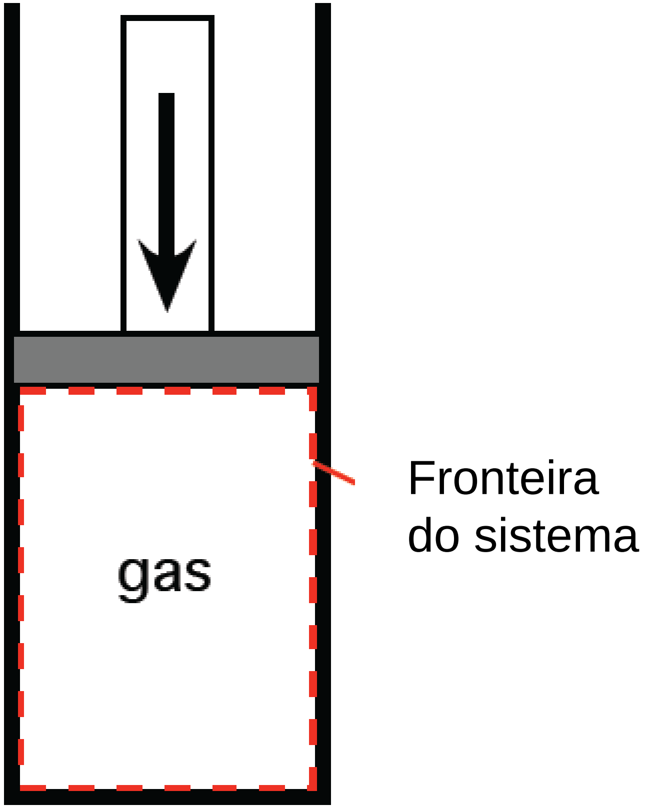
Sistema *versus* Volume de Controle

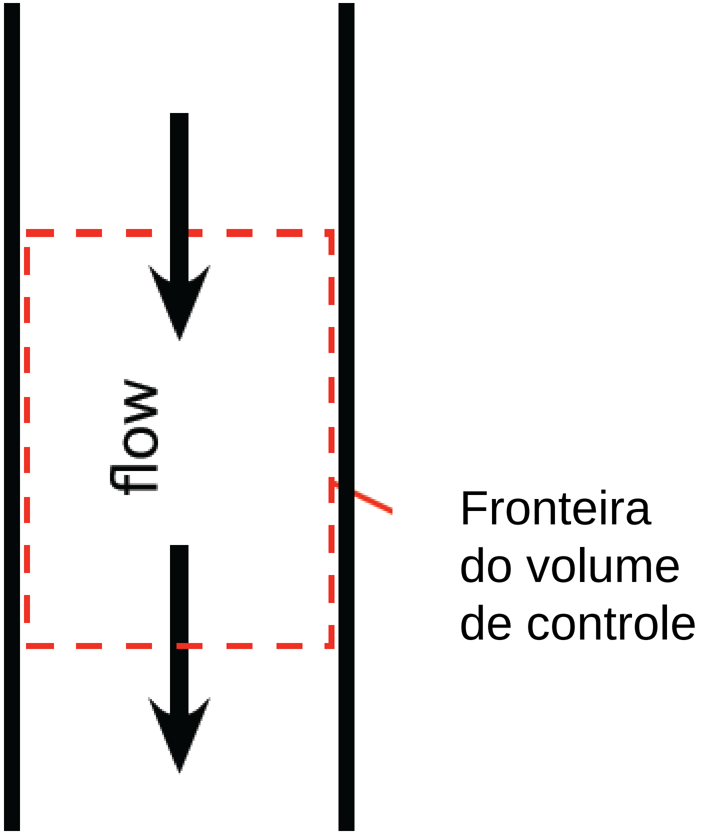
- **Sistema**

  massa constante

- **Volume de controle**

  região fixa do espaço



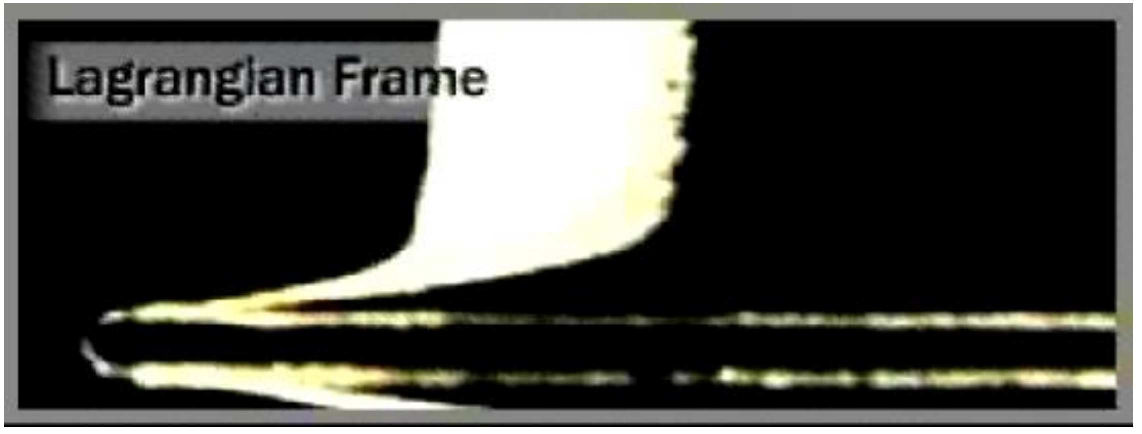


Técnicas Básicas de Análise

- **Formulação Integral:** equações de conservação são aplicadas a um volume de controle finito
  - menor esforço; resultados globais.
  - ótima ferramenta quando se deseja valores médios e globais.
  - Não fornece detalhes do escoamento.
  - exemplo: força de arraste agindo sobre um objeto
- **Formulação Diferencial:** equações de conservação são aplicadas a um volume de controle infinitesimal
  - maior esforço; resultados pontuais.
  - soluções detalhadas, porém complicadas
  - exemplo: distribuição de pressão ao longo da superfície de um objeto
- **Análise Dimensional**
  - relação entre os diferentes parâmetros do problema
  - Muitas vezes é a única alternativa. Fornece ótimos resultados, se o experimento for bem planejado

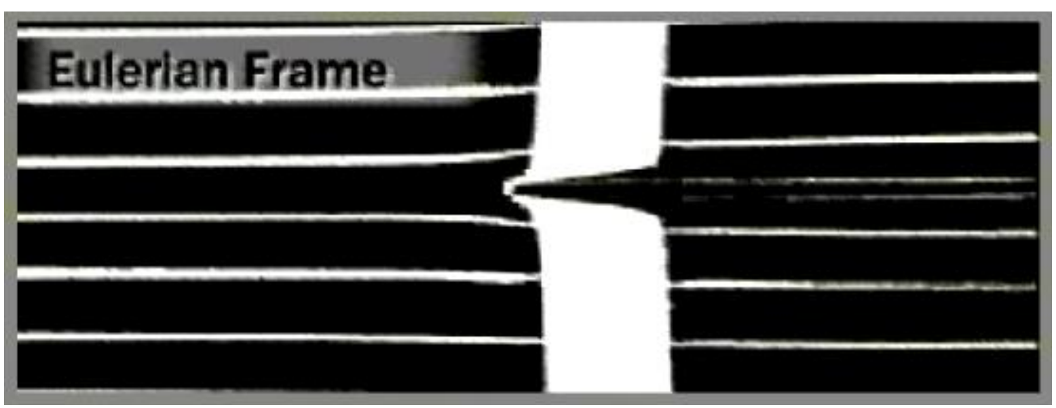
Método Lagrangeano *versus* Euleriano

- **Método Lagrangiano:** As equações de conservação são aplicadas a um sistema arbitrário, o qual pode ser infinitesimal ou finito.
  - A variável física é descrita para um determinada partícula
  - A variável independente é um “rótulo” da partícula, como por exemplo, a coordenada da partícula em um determinado instante de tempo: $\vec{r}_P$ é a posição da partícula P em $t = 0$
  - $\phi = \phi(\vec{r}_P \,, t)$ Esta função descreve como a função ϕ da partícula P varia com o tempo
  - Ex: policial seguindo carro



Método Lagrangeano *versus* Euleriano

- **Método Euleriano:** As equações de conservação são aplicadas a um volume de controle arbitrário, o qual pode ser infinitesimal ou finito
  - A variável física é descrita em relação a um ponto do espaço
  - Para cada instante *t*, a partícula em $\vec{r}$ é uma partícula diferente
  - $\vec{r}$ é a posição da partícula P em *t*
  - $\phi = \phi(\vec{r}\ , t)$ Esta função descreve a função ϕ na posição da partícula *P* em função do tempo
  - Ex: controlador de tráfego



Vamos utilizar a formulação Euleriana, juntamente com o conceito de campo, i.e., todas as propriedades são definidas em função de sua localização no espaço e no tempo

Fluidos em Movimento

- O escoamento dos fluidos é determinado a partir do conhecimento da velocidade em cada ponto do escoamento, isto é, a partir do campo das diversas grandezas relevantes.

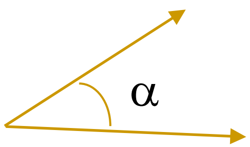
- **Tipos de Campos:**
  - Campo escalar:
    - massa específica: $\rho(\mathbf{r}, t)$; temperatura: $T(\mathbf{r}, t)$; pressão $p(\mathbf{r}, t)$
  - Campo vetorial:
    - velocidade: $\mathbf{V}(\mathbf{r}, t)$; aceleração: $\mathbf{a}(\mathbf{r}, t)$; força $\mathbf{F}(\mathbf{r}, t)$
  - Campo Tensorial:
    - tensão: $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{r}, t)$; gradiente de velocidade: $\nabla V(\mathbf{r}, t)$; taxa de deformação $\mathbf{D}(\mathbf{r}, t)$

- **Vetor Velocidade:**

$$\vec{V} = u\,\vec{e}_x + v\,\vec{e}_y + w\,\vec{e}_z = u_1\,\vec{e}_1 + u_2\,\vec{e}_2 + u_3\,\vec{e}_3 = \sum_i u_i\,\vec{e}_i = u_i\,\vec{e}_i$$

- **Tensor de tensões:** $\boldsymbol{\tau} = \tau_{ij}\,\vec{e}_i\,\vec{e}_j$

- **Produto escalar entre vetores:** $\vec{A} \bullet \vec{B} = \left|\vec{A}\right| \left|\vec{B}\right| \mathbf{cos}\,\alpha$



$$\vec{A} \bullet \vec{B} = A_i\,\vec{e}_i \bullet B_j\,\vec{e}_j = A_i\,B_j\,\vec{e}_i \bullet \vec{e}_j = A_i\,B_j\,\delta_{ij} = A_i\,B_i$$

- **Operador gradiente:**

$$\mathbf{grad}\,\phi = \nabla\,\phi = \vec{e}_1\,\frac{\partial\,\phi}{\partial\,x_1} + \vec{e}_2\,\frac{\partial\,\phi}{\partial\,x_2} + \vec{e}_3\,\frac{\partial\,\phi}{\partial\,x_3} = \vec{e}_i\,\frac{\partial\,\phi}{\partial\,x_i}$$

- **Operador Divergente:**

$$\mathbf{div}\,\vec{A} = \nabla \bullet \vec{A} = \vec{e}_i\,\frac{\partial}{\partial\,x_i} \bullet \vec{e}_j\,A_j = \frac{\partial\,A_j}{\partial\,x_i}\vec{e}_i \bullet \vec{e}_j = \frac{\partial\,A_j}{\partial\,x_i}\delta_{ij} = \frac{\partial\,A_i}{\partial\,x_i}$$

Descrição Euleriana $\phi = \phi(x, y, z, t)$

- **Derivada total** de uma grandeza ϕ (pressão, temperatura, velocidade, etc) descreve como a grandeza varia segundo o movimento (= como ϕ varia com o tempo para uma determinada partícula)

$$\left.\frac{d\,\phi}{d\,t}\right|_{particula} = \frac{\partial \phi}{\partial t}\frac{dt}{d\,t} + \frac{\partial \phi}{\partial x}\underbrace{\frac{dx}{d\,t}}_{u} + \frac{\partial \phi}{\partial y}\underbrace{\frac{dy}{d\,t}}_{v} + \frac{\partial \phi}{\partial z}\underbrace{\frac{d\,z}{d\,t}}_{w}$$

$$\frac{D\,\phi}{Dt} = \underbrace{\frac{\partial \phi}{\partial t}}_{\substack{\text{taxa de variação com o}\\ \text{tempo (posição fixa)}}} + \underbrace{\frac{\partial \phi}{\partial x}u + \frac{\partial \phi}{\partial y}v + \frac{\partial \phi}{\partial z}w}_{\substack{\text{taxa de variação com o}\\ \text{tempo devido ao mov. da}\\ \text{partícula (variação convectiva)}}}$$

$$\boxed{\frac{D\,\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{V} \bullet \nabla\phi}$$

ou

$$\boxed{\frac{D\,\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + u_i \frac{\partial \phi}{\partial x_i}}$$

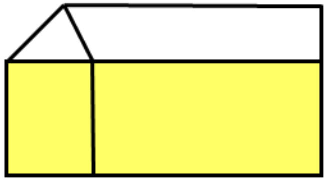
Derivada Material

Derivada Material

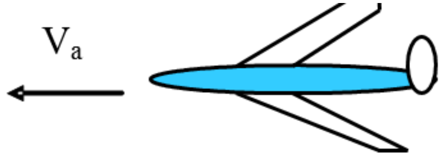
$$\boxed{\frac{D\phi}{Dt} = \frac{\partial \phi}{\partial t} + \vec{V} \bullet \nabla \phi}$$

Deseja-se medir variação da pressão com o tempo, em três situações diferentes:

1 - Estação Metereológica   p=p(t) $\Rightarrow$ $\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t}$

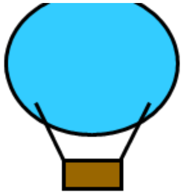


2 - Avião com velocidade $\vec{V}_a = u_a \,\vec{i} + v_a \,\vec{j} + w_a \,\vec{k}$ $\Rightarrow$



$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t}\frac{dt}{dt} + \frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial p}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{dt} \quad \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x}u_a + \frac{\partial p}{\partial y}v_a + \frac{\partial p}{\partial z}w_a$$

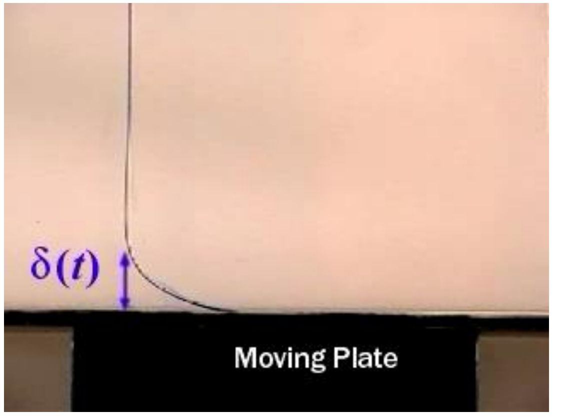
3 - Balão sem propulsão, se deslocando com a velocidade do ar, do fluido, com velocidade $\vec{V} = u\,\vec{i} + v\,\vec{j} + w\,\vec{k}$

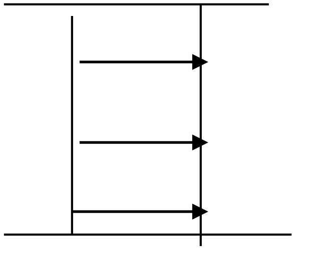


$$\frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t}\frac{dt}{dt} + \frac{\partial p}{\partial x}\frac{dx}{dt} + \frac{\partial p}{\partial y}\frac{dy}{dt} + \frac{\partial p}{\partial z}\frac{dz}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial x}u + \frac{\partial p}{\partial y}v + \frac{\partial p}{\partial z}w = \frac{\partial p}{\partial t} + \vec{V} \bullet \nabla p = \frac{Dp}{Dt}$$

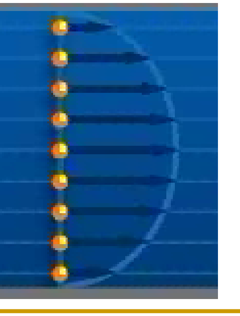
Tipos de Escoamento

- <u>Regime permanente</u>:
  - $\boldsymbol{V} = \boldsymbol{V}(\boldsymbol{r})$; isto é $\partial(\ \ )/\partial t = 0$
- <u>Regime transiente</u>:
  - $\boldsymbol{V}=\boldsymbol{V}(\boldsymbol{r}, t)$ Caso geral: $\partial(\ \ )/\partial t \neq 0$





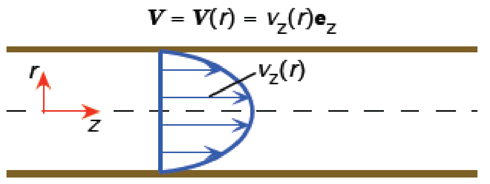
- <u>Escoamento uniforme:</u> a velocidade é a mesma em qualquer ponto do escoamento

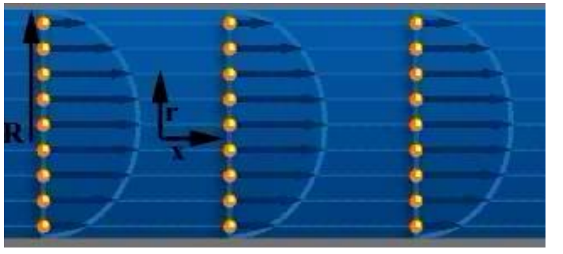


- <u>Escoamento não uniforme:</u> a velocidade varia de ponto para ponto do escoamento

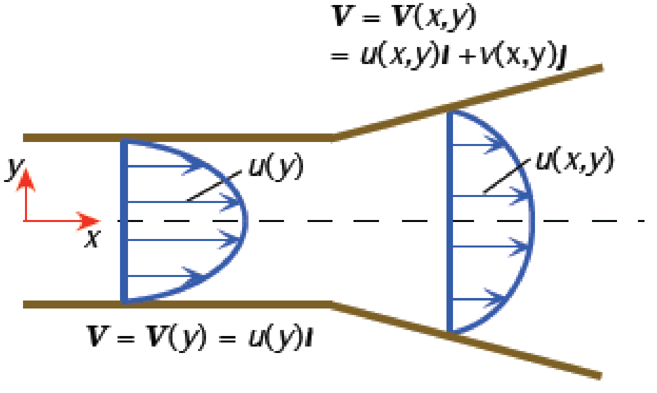
Dimensão

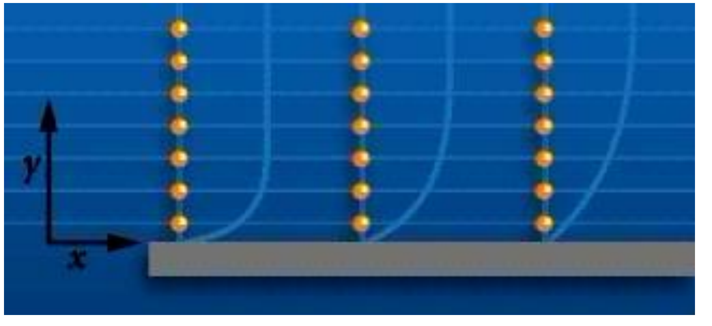
- <u>Uni-dimensional:</u> ***v*** depende somente de uma coordenada espacial





- <u>Bi-dimensional</u>: ***v*** depende somente de duas coordenadas espaciais



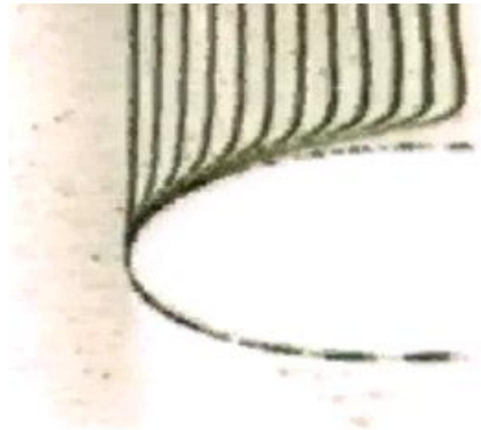


- <u>Tri-dimensional:</u> ***v*** depende das três coordenadas espaciais, caso geral.

- Fluido perfeito, sem viscosidade:

  $\tau \approx 0$ ($\dot{\gamma} \approx 0$)

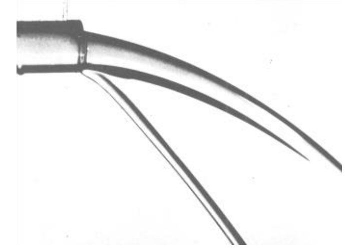
- Fluido viscoso : $\tau \neq 0$



Caracterização dos Fluidos quanto ao seu comportamento sob esforços normais compressivos:

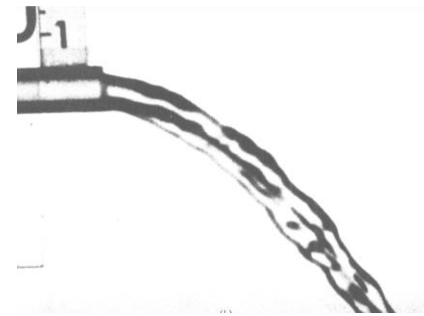
- Compressíveis: quando há variação apreciável de volumes devido à compressão. Gases em geral se comportam assim. $\rho \neq$ constante (M>0,3), onde M= V/c é o número de Mach; c = velocidade do som
- Incompressíveis: quando a variação do volume é pequena para grandes compressões. A maioria dos líquidos se comporta desta forma. $\rho \approx$ constante

Regime de Escoamento:

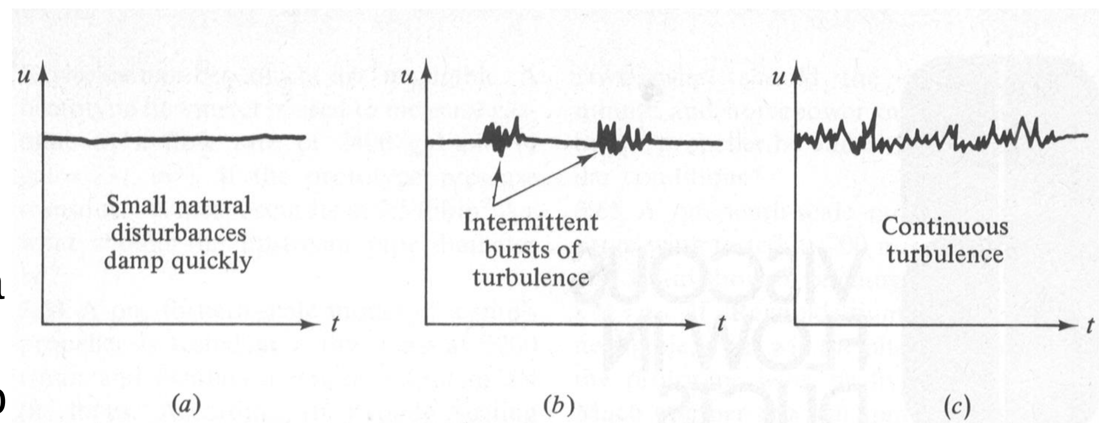


- Escoamento laminar: movimento regular

- Escoamento Turbulento: aparecem turbilhões no escoamento, causando um movimento de mistura. O turbilhamento provoca um regime não permanente. Porém o tempo característico de flutuação turbulenta < < escala de tempo que define o regime permanente ou transiente



•Se o escoamento é laminar, eventuais perturbações serão amortecidas e desaparecerão (Fig. a). Durante a transição, picos esporádicos de turbulência surgirão (Fig. b). Durante o regime turbulento, o escoamento flutuará continuamente (Fig. c).



Experiência de Reynolds

Laminar: filamento de corante não se mistura

Turbulento: o corante mistura rapidamente

O escoamento turbulento ocorre a altas velocidades. A transição é caracterizada pelo no. de Reynolds

$$\mathbf{Re} = \frac{\rho\, V\, D}{\mu}$$

- Reynolds altos $\rightarrow$ esc. turbulento
- Reynolds baixo $\rightarrow$ esc. laminar

Dimensões e Unidades

- Dimensão: Expressa a nossa observação sobre uma grandeza
- Unidades: utilizadas para descrever uma dimensão

	Dimensões	**Unidades (SI)**
Básicas		
comprimento	L	m
tempo	t	s
massa	M	kg
temperatura	θ	K
Derivadas	**Dimensões**	**Unidades (SI)**
velocidade	$\vec{v} = \dfrac{d\vec{r}}{dt}$	m/s
aceleração	$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$	m/s^2
força	$\vec{F} = m\,\vec{a}$	N ($kg\ m/s^2$)
energia = calor = trabalho	$W = \int \vec{F} \bullet d\vec{r}$	J (N m)
potência	$\dot{W} = \dfrac{dW}{dt}$	W (J/s)