MEC 2335 -- Dinâmica dos Fluidos Computacional

Lista de Exercícios no. 1-- Período: 2020.1 – dia de entrega: 23 de março

Prof. Angela O. Nieckele

[1] Mostre que $\rho \frac{D\,\phi}{D\,t} = \frac{\partial\,\rho\,\phi}{\partial t} + \mathbf{div}\,(\rho\,\vec{V}\,\phi\,)$

onde $\frac{D\,\phi}{D\,t}$ é a derivada substantiva, sendo $\frac{D\,\phi}{D\,t} = \frac{\partial\,\phi}{\partial t} + \vec{V} \cdot \mathbf{grad}\,\phi$

logo a equação geral de conservação $\rho \frac{D\,\phi}{D\,t} = \mathbf{div}\,(\Gamma\,\mathbf{grad}\,\phi\,) + Sc + Sp\,\phi$

pode ser escrita na forma conservativa como

$\frac{\partial\,\rho\,\phi}{\partial t} + \mathbf{div}\left(\rho\,\vec{V}\,\phi\,\right) = \mathbf{div}\,(\Gamma\,\mathbf{grad}\,\phi\,) + Sc + Sp\,\phi$

[2] Um objeto com volume ∀, área superficial A_s, com massa específica ρ e calor específico cp, perde calor para um ambiente com temperatura T_∞ e com coeficiente de transferência de calor h. A equação de energia neste caso é

$$\rho\,cp\,\forall \frac{d\,T}{d\,t} = h\,A_S(T_\infty - T)$$

Compare a equação resultante com a equação geral de conservação uni-dimensional e identifique a variável ϕ, o coeficiente de difusão Γ, e a fonte S_c e S_p.

[3] Escreva a equação de condução de calor uni-dimensional na direção radial, em regime permanente para um cilindro, que apresenta geração de calor $\dot{q}$. Identifique a variável □, o coeficiente de difusão Γ, e os termo de fonte Sc e Sp.

$$\frac{1}{d\forall}\frac{\partial}{\partial\,t}(\rho\,\phi\,d\forall) + \sum_{i=1}^{3}\frac{1}{d\forall/ds_i}\frac{\partial}{\partial\,s_i}\left(A\,J\right)_{i,face} = S_c + S_p\,\phi \;\;;\;\; J_s = \rho\,u_s\,\phi - \Gamma\frac{\partial\,\phi}{\partial\,s}$$

[4] Considere a equação de conservação de quantidade de movimento na direção x para um fluido newtoniano.

(i) Para $\phi = u$, obtenha as expressões para Γ e S, sendo $S = Sc + Sp\,\phi$. (Note que a viscosidade e densidade não são necessariamente constantes). Escreva todos os termos de fonte, i.e., não utilize nomenclatura vetorial ou indicial.

(ii) Se somente μ *é* constante, mas ρ não é mostre que a parte viscosa de S pode ser absorvida pelo termo de gradiente de pressão, se definirmos uma pressão efetiva como

$$P = p - (1/3)\,\mu\,\mathrm{div}\,\mathbf{u}$$

O gradiente de pressão $-\partial p/\partial x$ e a parte viscosa de S podem agora ser escritos juntos com $-\partial P/\partial x$

(iii) Mostre que, se somente μ e ρ constantes, a parte viscosa de S no item acima é zero.

[5] A equação geral de conservação (na forma conservativa) em coordenadas cilíndricas é:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial(r\rho V_r\,\phi)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial(\rho V_\theta\,\phi)}{\partial\theta}+\frac{\partial(\rho V_z\,\phi)}{\partial z}=$$

$$=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\Gamma\,\frac{\partial\phi}{\partial r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\Gamma\,\frac{\partial\phi}{r\,\partial\theta}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\Gamma\,\frac{\partial\phi}{\partial z}\right)+S_c+S_p\phi \quad ; \quad S_p\le 0$$

Escreva a equação de conservação de quantidade de movimento linear na direção angular para um fluido Newtoniano com propriedades constantes. Considere $\phi=V_\theta$, compare as equações e obtenha as expressões para Γ, S_c e S_p.

[6] A equação de conservação de quantidade de movimento turbulenta incompressível baseada na média de Reynolds é

$$\frac{\partial\,U_j\,U_i}{\partial x_j}=g\;\;\boldsymbol{e_i}\;\cdot\boldsymbol{e}_z-\frac{1}{\rho}\frac{\partial\,p}{\partial\,x_i}+\frac{\mu}{\rho}\frac{\partial^2 U_i}{\partial x_j^2}-\frac{\partial\,\overline{u_i'\,u_j'}}{\partial x_j}$$

A tensão de Reynolds ($-\overline{u_i'\,u_j'}$) livre de traço é

$$a_{ij}=-\overline{u_i'\,u_j'}+\frac{2}{3}\,\kappa\,\delta_{ij}\quad;\quad \kappa=\frac{1}{2}\,\overline{u_k'\,u_k'}$$

onde κ é a energia cinética turbulenta

E utilize o modelo de turbulências de Boussinesq

$$a_{ij}=\frac{\mu_t}{\rho}\,2\,D_{ij}\qquad;\quad D_{ij}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial\,U_j}{\partial x_i}+\frac{\partial\,U_i}{\partial x_j}\right)$$

Defina uma pressão modificada como

$$P^*=\frac{p}{\rho}-\;g\;x_i\;\boldsymbol{e_i}\;\cdot\boldsymbol{e}_z+\frac{2}{3}\;\kappa$$

Para $\phi=U_i$, identifique o coeficiente de difusão Γ e os termos de fonte S_c e S_p