MEC 2335 -- Dinâmica dos Fluidos Computacional
Lista de Exercícios no. 1-- Período: 2017.1 – dia de entrega: 20 de março
Prof. Angela O. Nieckele

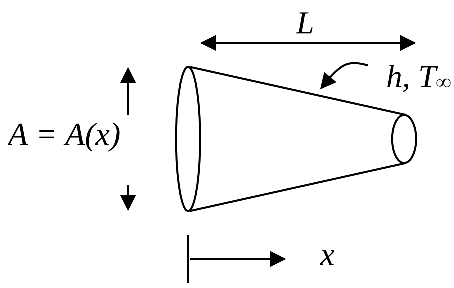
(1) Mostre que a equação geral de conservação escrita na forma conservativa

$$\frac{\partial\,(\rho\phi)}{\partial\, t} + \mathbf{div}(\rho \mathbf{v}\phi) = \mathbf{div}\,\left[\Gamma\ \mathbf{grad}\ \phi\right] + S_C + S_p\ \phi$$

é equivalente a $$\rho \frac{D\,\phi}{D\,t} = \mathbf{div}\left[\Gamma\ \mathbf{grad}\ \phi\right] + S_c + S_p\ \phi$$

onde $$\frac{D}{D\,t} = \frac{\partial}{\partial\, t} + \vec{V} \bullet \mathbf{grad}\ \phi$$ é a derivada substantiva de ϕ

(2) Escreva a equação de condução de calor uni-dimensional, em regime permanente para uma aleta com área da seção transversal variável. Compare a equação resultante com a equação geral de conservação uni-dimensional e identifique a variável ϕ, o coeficiente de difusão Γ, e a fonte S_c e S_p.



(3) Considere a equação de conservação de quantidade de movimento na direção x para um fluido newtoniano.

(i) Para $\phi = u$, obtenha as expressões para Γ e S, sendo $S = S_c + S_p\ \phi$. (Note que a viscosidade e densidade não são necessariamente constantes.)

(ii) Se somente μ *é* constante, mas ρ não é mostre que a parte viscosa de S pode ser absorvida pelo termo de gradiente de pressão, se definirmos uma pressão efetiva como

$$P = p - (1/3)\ \mu\ \mathrm{div}\ \mathbf{u}$$

O gradiente de pressão $-\partial\, p/\,\partial$ x e a parte viscosa de S podem agora ser escritos juntos com $-\ \partial\ P/\ \partial\ x$

(iii) Mostre que, se somente μ e ρ constantes, a parte viscosa de S no item acima é zero.

(4) A equação geral de conservação (na forma conservativa) em coordenadas cilíndricas é:

$$\frac{\partial(\rho\phi)}{\partial t}+\frac{1}{r}\frac{\partial(r\rho V_r\ \phi)}{\partial r}+\frac{1}{r}\frac{\partial(\rho V_\theta\ \phi)}{\partial\theta}+\frac{\partial(\rho V_z\ \phi)}{\partial z}=$$

$$=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\,\Gamma\,\frac{\partial\,\phi}{\partial\,r}\right)+\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\Gamma\,\frac{\partial\,\phi}{r\,\partial\,\theta}\right)+\frac{\partial}{\partial z}\left(\Gamma\,\frac{\partial\,\phi}{\partial\,z}\right)+S_c+S_p\phi\quad;\quad S_p\le 0$$

Escreva a equação de conservação de quantidade de movimento na direção radial para um fluido Newtoniano com propriedades constantes. Considere $\phi=V_r$, compare as equações e obtenha as expressões para Γ, S_c e S_p.

(5) A equação da energia pode ser escrita em função da energia interna, entalpia ou temperatura, entalpia, ou energia interna. Na ausência de fluxo de espécies químicas, tem-se

$$\underbrace{\rho\,\frac{D\,i}{Dt}}_{\substack{\textit{taxa de}\\ \textit{aumento de}\\ \textit{energia interna}}}=\underbrace{\dot{q}}_{\textit{geração}}\;\underbrace{-\ \mathbf{div}\,\vec{q}}_{\substack{\textit{taxa de}\\ \textit{entrada de}\\ \textit{energia por}\\ \textit{condução}}}\;\underbrace{-\ p\ \ \mathbf{div}\,\vec{u}\ +\ \underline{\underline{\tau}}:\nabla\,\vec{u}}_{\substack{\textit{conversão de}\\ \textit{trabalho mecânico}\\ \textit{em}\\ \textit{energia interna}}}$$

ou $$\rho\,\frac{D\,h}{Dt}=\dot{q}-\mathbf{div}\,\vec{q}+\frac{D\,p}{D\,t}+\underline{\underline{\tau}}:\nabla\,\vec{u}$$

sendo $$\vec{q}=-\,k\ \mathbf{grad}\,T$$

Sabe-se que $d\,h=c_p\ d\,T+\dfrac{(1-\beta\,T)}{\rho}d\ p$

onde c_p é o calor específico a pressão constante e β é o coeficiente de expansão térmica

$$c_p=\left.\frac{\partial\,h}{\partial\,T}\right)_p \qquad\qquad \beta=-\frac{1}{\rho}\left.\frac{\partial\,\rho}{\partial\,T}\right)_p$$

Considere a equação de conservação de energia com para um gás ideal [$\rho = p/(RT)$; $\beta = 1/T \Rightarrow dh=c_p\ dT$]. Compare as equações acima com a equação geral de conservação para $\phi=i$, h e T, obtenha as expressões para Γ, S_c e S_p.